

ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Кафедра теоретической и прикладной механики

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**Часть 1**

Лабораторный практикум

НОВОСИБИРСК 2015

Кафедра теоретической и прикладной механики

Прикладная механика: лабораторный практикум Ч.1 / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост.: Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск, 2015. – 40 с.

Рецензент В.М. Гладченко

Лабораторный практикум предназначен для студентов для студентов очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки:

**Стандартизация и метрология**  
**Технология транспортных процессов**

Утвержден и рекомендован к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 2 от 29 сентября 2015 г.).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

### СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы:** ознакомление с механизмами и изучение их структуры, овладение практическими навыками в составлении схем и структурного анализа рычажных механизмов.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

**Звено механизма** - твердое тело, входящее в состав механизма. Звено может содержать одну или несколько деталей, соединенных жестко между собой.

**Стойка** - неподвижное звено механизма.

**Входное звено** - звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

**Выходное звено** - звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

**Кинематическая пара** - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

**Элемент кинематической пары** - совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно соприкасается с другим звеном.

В **высших кинематических парах** элементом соприкосновения является линия или точка.

В **низших кинематических парах** элементом соприкосновения является поверхность.

**Числом степеней свободы** механической системы называется число независимых параметров определяющих положение системы.

По числу степеней свободы в относительном движении звеньев кинематические пары делятся на одно, двух, трех, четырёх и пятиподвижные, которые налагают на относительное движение звеньев соответственно пять, четыре, три, две и одну связь. В таблице 1.1 приведены изображения и характеристики некоторых кинематических пар

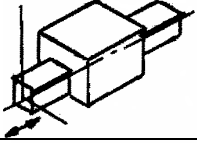
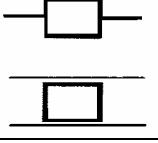
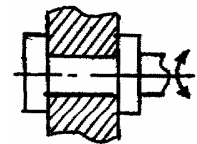

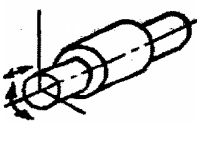

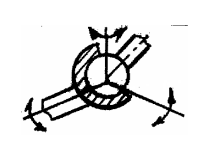



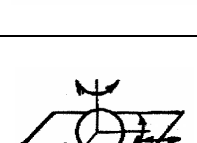
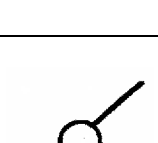
**Кинематическая цепь** - система звеньев, связанных между собой кинематическими парами.

**Механизм** является кинематической цепью с неподвижным звеном, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев все остальные звенья совершают вполне определенные движения.

В **плоских механизмах** траектории движения точек всех звеньев находятся в параллельных плоскостях. В противном случае механизм является **пространственным**.

**Рычажные механизмы** содержат только низшие кинематические пары.

Таблица 1.1 - Виды кинематических пар

Название	Конструктивное изображение	Условное изображение	Число степеней свободы	Число связей
Поступательная			1	5
Вращательная			1	5
Цилиндрическая			2	4
Сферическая			3	3
Цилиндр - плоскость			4	2
Шар - плоскость			5	1

В состав рычажных механизмов могут входить следующие звенья.

Лабораторная работа 5. Динамическая балансировка ротора_____	31
ЛИТЕРАТУРА_____	39

Составитель: Евдокимов Юрий Иванович

## ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА Часть 1

Редактор Н.К. Крупина  
Компьютерная вёрстка Ю.И. Евдокимова

Подписано в печать 29 сентября 2015 г.  
Формат 84×108/32. Объем 2,5 уч.-изд. л  
Тираж 50 экз. Изд. № . Заказ №

Отпечатано в мини-типографии Инженерного института  
630039, г. Новосибирск, ул. Никитина, 147

**Кривошип** - звено, которое может совершать полный оборот вокруг стойки.

**Коромысло** - звено, образующее вращательную пару со стойкой и не способное проворачиваться на полный оборот.

**Шатун** - звено, не входящее в кинематическую пару со стойкой.

**Ползун** - звено, образующее поступательную пару со стойкой.

При изображении механизма на чертеже применяют **структурную схему** с использованием условных изображений звеньев без соблюдения их размеров и **кинематическую схему** с соблюдением размеров звеньев, необходимых для кинематического исследования.

В таблице 1.2 приведены условные графические обозначения звеньев и их соединения между собой.

В таблице 1.3 приведены примеры структурных схем некоторых четырехзвенных механизмов, применяемых в технике.

**Обобщенными координатами** механизма называют независимые между собой координаты (угловые или линейные), определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки.

**Начальным звеном** механизма называется звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат.

**Структурной группой** (группой Ассура) называется элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно элементов ее внешних кинематических пар, равно нулю.

**Образование сложных плоских рычажных механизмов осуществляется путем присоединения к начальному звену и стойке одной или нескольких структурных групп (принцип Ассура).**

Структурные группы делятся между собой на классы. В таблице 1.4 показаны пять видов структурной группы второго класса и некоторые виды структурных групп третьего и четвертого классов.

**Класс механизма** определяется наивысшим классом структурной группы, входящей в его состав.

**Число степеней свободы плоского механизма** определяется по **формуле П. Л. Чебышева**:  $W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2$ ,

где  $n$  - число подвижных звеньев в механизме,

$p_1$  - число одноподвижных кинематических пар,

$p_2$  - число двухподвижных кинематических пар.

**Структурный анализ механизма** включает в себя:

- определение числа степеней свободы механизма,
- выделение начального звена со стойкой и структурных групп,
- определение класса механизма.

Таблица 1.2 - Условные графические обозначения элементов механизмов на схемах

№	Наименование	Обозначение
1	Вал, ось, стержень	
2	Неподвижное звено (стойка)	
3	Соединение стержней: а) жесткое, б) шарнирное	а) б)
4	Шарнирное соединение стержня с неподвижной стойкой	
5	Подшипники скольжения и качения на валу: а) радиальный, б) радиально-упорный	а) б)
6	Ползун	
7	Соединение ползуна с шатуном	
8	Качающийся цилиндр	

## ЛИТЕРАТУРА

1. Прикладная механика: Учебное пособие для вузов / В.Т. Батиенков, В.А. Волосухин, С.И. Евтушенко, В.А. Лепихова. – М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2011. - 288 с.: (Высшее образование) (ЭБС)
2. Прикладная механика: в 2 ч. **Часть 1.** Основы расчета, проектирования и моделирования механизмов: учебник / А.Н. Соболев, А.Я. Некрасов, А.Г. Схиртладзе, Ю.И. Бровкина. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. — 224 с.
3. Прикладная механика: в 2 ч. **Часть 2.** Основы структурного, кинематического и динамического анализа механизмов: Учебник / А. Н. Соболев, А. Я. Некрасов, А. Г. Схиртладзе, Ю.И. Бровкина. — М. : КУРС : ИНФРА-М, 2017. — 160 с.
4. Теория механизмов и машин (проектирование и моделирование механизмов и их элементов): Учебник. / Соболев А.Н., Некрасов А.Я., Схиртладзе А.Г. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 256 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-44-7
5. Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов и др.: Под ред. К.В. Фролова. - М.: Высш. шк., 1987. - 496 с.
6. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. - М.: Высш. шк., 1985. - 270 с.
7. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1979. - 575 с.
8. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1975. - 640 с.
9. Озол О.Г. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1984. - 432 с.
10. Юденич В.В. Лабораторные работы по теории механизмов и машин. - М.: Высш. шк., 1962. - 288 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1. Структурный анализ механизма	3
Лабораторная работа 2. Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колес	12
Лабораторная работа 3. Кинематический анализ зубчатых планетарных механизмов	16
Лабораторная работа 4. Построение эвольвентных зубчатых профилей методом обкатки	22

$$\cos \alpha = \frac{A_l^2 + A_d^2 - A_3^2}{2 \cdot A_l \cdot A_d} = \frac{56^2 + 45,9^2 - 100^2}{2 \cdot 56 \cdot 45,9} = -0,927.$$

Такому значению  $\cos \alpha$  удовлетворяют два угла:  $\alpha_1 = 158^\circ$  и  $\alpha_2 = 202^\circ$ .

7. Определим действительный угол установки противовеса.

$$\alpha_{n1} = 180^\circ - \alpha_1 = 180^\circ - 158^\circ = 22^\circ,$$

$$\alpha_{n2} = 180^\circ - \alpha_2 = 180^\circ - 202^\circ = -22^\circ.$$

Корректирующий противовес массой  $m_n = 30\text{г}$  устанавливаем на выбранном расстоянии  $r_n = 4,88\text{ см}$  сначала под углом  $\alpha_{n1} = 22^\circ$ , затем под углом  $\alpha_{n2} = -22^\circ$ .

Действительным углом установки противовеса оказался угол  $\alpha_n = \alpha_{n1} = 22^\circ$ , при котором амплитуда колебаний ротора при его разгоне незначительна ( $A_{oc} = 2\text{ дел.}$ ).

8. Определим показатели качества проведённой балансировки.

Остаточный дисбаланс

$$D_{oc} = \mu \cdot A_{oc} = 2,62 \cdot 2 = 5,24 \text{ г} \cdot \text{см.}$$

Коэффициент остаточной неуравновешенности

$$\delta = \frac{A_{oc}}{A_l} = \frac{2}{56} = 0,036.$$

**Выполнил студент 321 гр.**

**Тройкин Д.В.**

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что является причиной неуравновешенности вращающихся звеньев? К каким отрицательным последствиям она приводит?
2. В чем заключаются условия полной уравновешенности вращающегося звена?
3. Что называется балансировкой? В чем заключается сущность статической и динамической балансировки?
4. Для каких звеньев достаточно проводить только статическую балансировку, и для каких необходимо проводить динамическую балансировку?
5. Каково устройство и принцип действия балансировочного станка системы Б.В. Шитикова?
6. Что такое дисбаланс и как он определяется в данной лабораторной работе?
7. Как определить массу противовеса?
8. Как определить положение противовеса на роторе?

Таблица 1.3 - Структурные схемы четырехзвенных механизмов

№	Название	Изображение
1	Шарнирный четырехзвенный механизм	
2	Кулисный механизм	
3	Кривошипно-ползунный механизм	
4	Механизм с качающимся цилиндром	

Таблица 1.4 - Классификация структурных групп

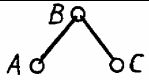
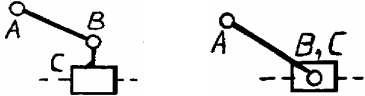
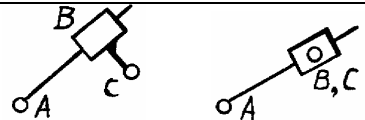
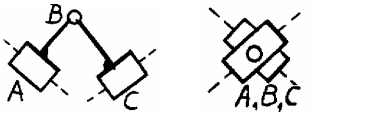
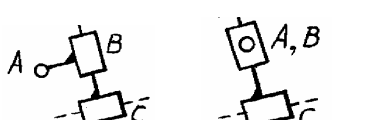




Класс	Вид	Схема	Число звеньев	Число пар
2	1		2	3
	2		2	3
	3		2	3
	4		2	3
	5		2	3
3	111		4	6
	112		4	6
4	B2-2B		4	6
	B2-2П		4	6

Таблица 5.1 - Результаты измерений максимальных амплитуд колебаний

Номер измерений	$A_1$ делений	$A_2$ делений	$A_3$ делений
1	57	20	101
2	56	23	100
3	55	23	102
Среднее	56	22	100

3. Выберем добавочный груз массой  $m_d = 30$  г. и установим его в прорезь правого диска 7 на расстоянии  $r_d = 4$  см от оси ротора. Разогнав ротор с помощью электродвигателя, замерим амплитуду  $A_2$ . Результаты измерений  $A_2$  внесем в таблицу 5.1. Статический момент (дисбаланс) добавочного груза при этом будет следующим:  $D_d = m_d \cdot r_d = 30 \cdot 4 = 120$  г·см.

4. Ослабив винты 10, повернём диск 7 вместе с добавочным грузом на угол  $180^\circ$ , затем снова закрепим винты. Разгоняя ротор трижды, замерим амплитуду колебаний  $A_3$ . Результаты измерений  $A_3$  внесем в таблицу 5.1.

5. Определим величину амплитуды колебаний от добавочного груза.

$$A_d = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2}{2}} - A_1 = \sqrt{\frac{22^2 + 100^2}{2}} - 56 = 45,9 \text{ дел.}$$

Определим коэффициент станка.

$$\mu = \frac{D_d}{A_d} = \frac{120}{45,9} = 2,62 \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{см}}.$$

6. Определим начальный дисбаланс ротора.

$$D_n = \mu \cdot A_1 = 2,62 \cdot 56 = 146,4 \text{ г} \cdot \text{см}.$$

Выберем противовес из комплекта массой  $m_n = 30$  г и установим его в плоскости диска 7 на расстоянии  $r_n$  от оси ротора, которое определяется по формуле

$$r_n = \frac{D_n}{m_n} = \frac{146,3}{30} = 4,88 \text{ см.}$$

Определим угол  $\alpha$ , определяющий положение начального дисбаланса ротора:



$$D_n = \mu \cdot A_l, \quad r_n = \frac{D_n}{m_n}.$$

Угловое положение противовеса определяется по теореме косинусов.

$$A_3^2 = A_l^2 + A_d^2 - 2 \cdot A_l \cdot A_d \cdot \cos \alpha.$$

откуда

$$\cos \alpha = \frac{A_l^2 + A_d^2 - A_3^2}{2 \cdot A_l \cdot A_d}.$$

По этой формуле получим два значения угла –  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . То или иное значение выбирается на основании результатов испытаний на станке.

7. Определить действительный угол установки противовеса  $\alpha_n$ : снять добавочный груз, в одной из прорезей диска 7 установить рассчитанный противовес, последовательно поворачивая диск на угол  $\alpha_{n1} = 180^\circ - \alpha_1$  и  $\alpha_{n2} = 180^\circ - \alpha_2$ , замерить для каждого случая амплитуды колебаний  $A_{oc}$ . Действительным углом установки противовеса будет тот из них, при котором  $A_{oc}$  будет наименьшей.

8. Определить показатели качества проведенной балансировки: остаточный дисбаланс  $D_{oc}$  и коэффициент остаточной неуравновешенности  $\delta$ :

$$D_{oc} = \mu \cdot A_{oc},$$

$$\delta = \frac{A_{oc}}{A_l}.$$

**Примечание.** По указанию преподавателя аналогичным образом произвести уравнивание в плоскости диска 8. Для этого ослабить гайки крепления подшипников вала ротора, вынуть его из опор и повернуть так, чтобы диски 7 и 8 поменялись местами.

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовим установку ТММ 1А к работе. Для этого установим правый диск 7 (рисунок 2) по шкале лимба на ноль. Нажатием приведем шток индикатора 6 в соприкосновение с рамой и поворотом за накатку корпуса индикатора поставим его шкалу на ноль.

2. С помощью электродвигателя разгоним ротор установки. После прохождения рамы с ротором через резонанс запишем показание индикатора, которое представляет амплитуду  $A_l$  колебаний от собственной неуравновешенности ротора  $D_l$ .

Измерения  $A_l$  проведем трижды и определим среднее из них значение. Результаты опытов внесем в таблицу 5.1.

## ОБЪЕМ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с заданным рычажным механизмом, выявить стойку, входное и выходное звенья. Установить какие движения совершают звенья, и определить их названия (кривошип, коромысло, шатун, ползун).

2. Составить структурную схему рычажного механизма, пользуясь условными обозначениями из таблиц 1.1, 1.2 и 1.3, выдерживая при этом примерные соотношения размеров звеньев. Пронумеровать все звенья (стойку обозначить цифрой 0), а кинематические пары обозначить прописными буквами латинского алфавита.

3. Составить таблицу кинематических пар, содержащую их условные изображения, названия пар, номера и названия звеньев каждой пары, указать подвижность каждой пары.

4. Найти число степеней свободы механизма по формуле П. Л. Чебышева.

5. Выбрать начальное звено и его обобщенную координату относительно стойки. Изобразить начальное звено со стойкой отдельно.

6. Оставшуюся кинематическую цепь разложить на структурные группы (группы Ассура), изобразив каждую группу отдельно с указанием класса и вида.

7. Определить класс механизма.

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произведем структурный анализ плоского рычажного механизма, схема которого изображена на рисунке 1.1. Этот механизм преобразует вращательное движение звена 1 в возвратно-поступательное движение звена 5. Звено 1, таким образом, является входным, а звено 5 - выходным.

Названия звеньев механизма: 0 - стойка, 1 - кривошип, 2 - шатун, 3 - коромысло, 4 - шатун, 5 - ползун.

2. Изобразим на рисунке 1.1 структурную схему механизма, на которой обозначим кинематические пары, укажем номера и названия звеньев.

3. Составим таблицу кинематических пар механизма (см. таблицу 1.5).

4. Определим число степеней свободы механизма.

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где  $n = 5$  - число подвижных звеньев механизма,

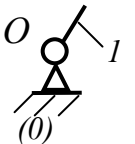
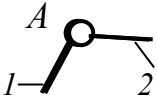
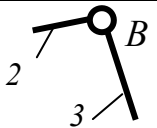
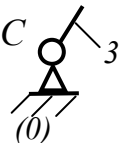
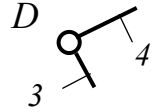
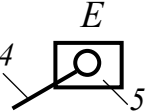
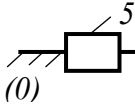
$p_1 = 7$  - число одноподвижных кинематических пар,

$p_2 = 0$   $p_2$  - число двухподвижных кинематических пар.

5. Механизм имеет одну степень свободы, следовательно, положения всех звеньев определяются одной обобщенной координатой. В качестве та-

ковой выберем угловую координату  $\varphi$  кривошипа 1, т. е. примем кривошип 1 за начальное звено, которое изобразим отдельно на рисунке 1.2.

Таблица 1.5 - Характеристика кинематических пар

Изображение пары	Название пары	Номера звеньев и их названия	Подвижность пары (W)
	Вращательная	0 - 1 стойка - кривошип	1
	Вращательная	1 - 2 кривошип - шатун	1
	Вращательная	2 - 3 шатун - коромысло	1
	Вращательная	0 - 3 стойка - коромысло	1
	Вращательная	3 - 4 коромысло - шатун	1
	Вращательная	4 - 5 шатун - ползун	1
	Поступательная	0 - 5 стойка - ползун	1

3. Задаться массой добавочного груза  $m_d$  (из комплекта) и радиусом установки его  $r_d$  (по шкале прорези), закрепить добавочный груз в одной из прорезей правого диска 7 на расстоянии  $r_d$  от оси вращения и трижды замерить амплитуду  $\bar{A}_2$ . При этом необходимо следить за надёжным закреплением дополнительного груза.

Амплитуда колебаний  $A_2$  представляет собой геометрическую сумму (рисунок 5.3 а)

$$\bar{A}_2 = \bar{A}_1 + \bar{A}_d,$$

где  $\bar{A}_d$  - амплитуда колебаний, вызываемая массой  $m_d$ .

4. Ослабить винты 10, повернуть диск 7 на  $180^\circ$ , затем снова закрепить винты. Замерить трижды амплитуду  $\bar{A}_3$ .

Амплитуда колебаний  $\bar{A}_3$  также представляет собой результат геометрического сложения  $\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_d$  (рисунок 5.3 б).

5. Произвести необходимые вычисления и определить амплитуду  $\bar{A}_d$  и коэффициент  $\mu$  станка.

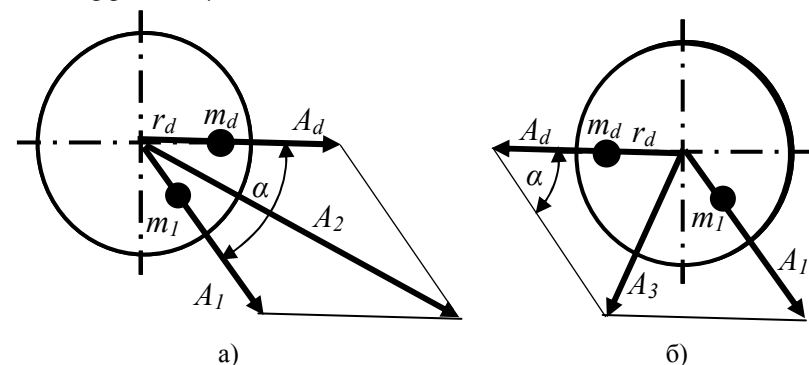


Рисунок 5.3 – Расчётная схема для определения амплитуды  $\bar{A}_d$

Расчётная формула выводится из условия, что параллелограммы амплитуд (рисунок 5.3) равны, как имеющие равные стороны и углы. Результирующие амплитуды  $\bar{A}_2$  и  $\bar{A}_3$  являются диагоналями этих параллелограммов. По теореме о сумме квадратов диагоналей параллелограмма

$$A_2^2 + A_3^2 = 2 \cdot A_1^2 + 2 \cdot A_d^2,$$

откуда

$$A_d = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2}{2} - A_1^2}.$$

Согласно выражению (3) получим

$$\mu = \frac{D_d}{A_d} = \frac{m_d \cdot r_d}{A_d}.$$

6. Определить параметры противовеса в плоскости диска 7: начальный дисбаланс  $D_n$ , массу  $m_n$  (выбрать из комплекта), радиус  $r_n$  и угол  $\alpha$ .

После этого, переставив ротор 1 так, чтобы концы его вала вместе с дисками 7 и 8 поменялись местами, аналогичным образом определяют массу противовеса и радиус его установки в прорези диска 8.

Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования. Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования. Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования.

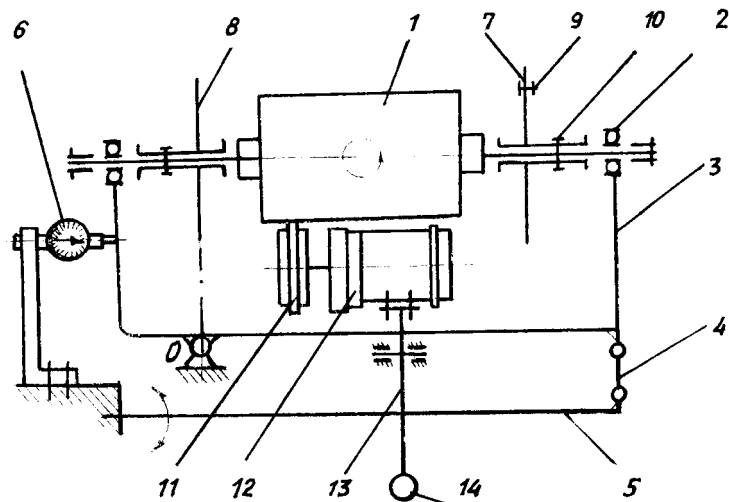


Рисунок 5.2 - Установка ТММ 1А

Определение постоянной  $\mu$  производится на балансировочном станке способом трёх разгонов с использованием добавочного груза.

## ОБЪЁМ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подготовить установку к работе: ослабить винты 10, правый диск 7 по шкале лимба установить на ноль, затем снова закрепить винты, легким нажатием привести шток индикатора 6 в соприкосновение с рамой и, поворотом за накатку корпуса индикатора, поставить его шкалу на ноль.

2. Движением рукоятки 14 включить электродвигатель и разогнать ротор. После перехода через резонанс разгон ротора прекратить, отпустив рукоятку, и дать ему возможность свободного выбега. Легким нажатием привести шток индикатора в соприкосновение с рамой. После прохождения рамы с ротором через резонанс записать показания индикатора, которое представляет амплитуду  $A_1$  колебаний от собственной неуравновешенности ротора  $D_n$ . Измерения  $A_1$  произвести трижды и определить среднее её значение.

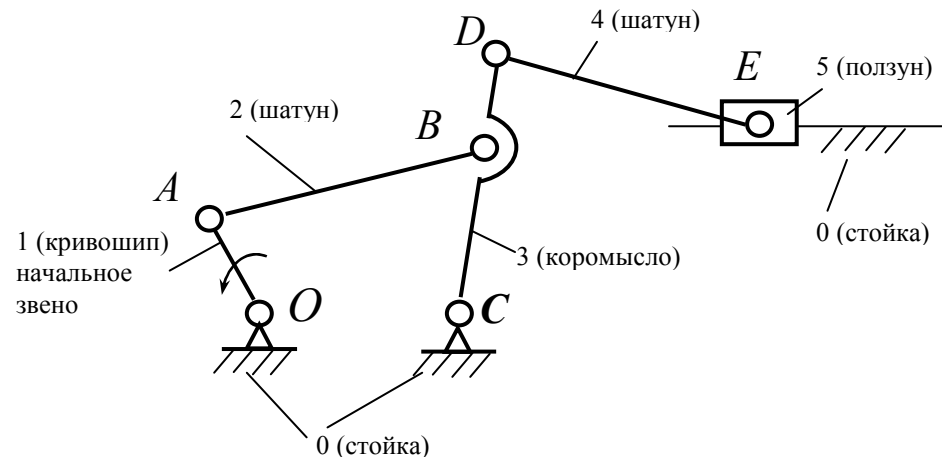


Рисунок 1.1 - Структурная схема механизма

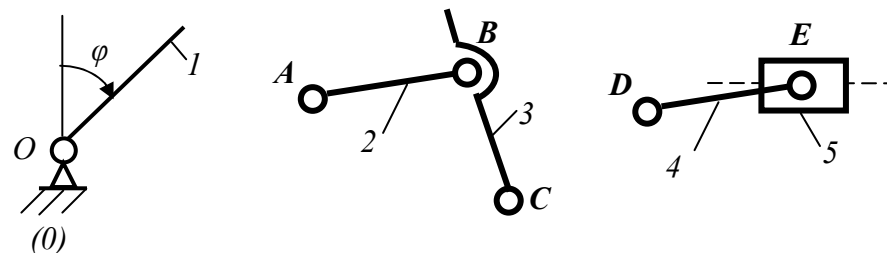


Рисунок 2 - Начальное звено  
и стойка

Группа 1-ого вида

Группа 2-ого  
вида

Рисунок 3 – Структурные группы

6. Оставшуюся после выделения из механизма стойки и начального звена кинематическую цепь разложим на две структурные группы, изображённые на рисунке 3. Обе структурные группы относятся ко второму классу. Группа, содержащая звенья 2 и 3, имеет 1-ый вид. Группа, содержащая звенья 4 и 5, имеет 2-ой вид.

7. Так как наивысшим классом структурных групп в составе механизма является 2-ой, то и механизм в целом относится ко 2-му классу.

**Выполнил студент 321 гр.  
Тройкин Д.В.**

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется звеном, механизмом, кинематической парой?
2. Что называется стойкой, входным и выходными звеньями?
3. Что называется элементом кинематической пары?
4. Какие кинематические пары называются высшими, и какие - низшими?
5. Как определить подвижность кинематической пары?
6. Как классифицируются кинематические пары в зависимости от подвижности в относительном движении звеньев?
7. Какие механизмы называются рычажными?
8. Какое звено механизма называется кривошипом, шатуном, ползуном, коромыслом?
9. Какие механизмы называются плоскими, и какие пространственными?
10. Что представляет собою структурная и кинематическая схемы механизма?
11. Что называется числом степеней свободы механической системы?
12. Как определить число степеней свободы плоского рычажного механизма?
13. Что называется обобщенной координатой и начальным звеном механизма?
14. В чем заключается принцип образования плоских рычажных механизмов (принцип Ассура)?
15. Что называется структурной группой (группой Ассура)?
16. Как определить класс плоского рычажного механизма?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ С НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ КОЛЕС

**Цель работы** - ознакомление с различными видами зубчатых механизмов, изучение их кинематики, овладение практическими навыками в составлении кинематических схем, определение передаточного отношения и опытная проверка его проворачиванием механизма.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

Зубчатые механизмы содержат в своем составе зубчатые колеса. На рисунке 2.1 показаны схемы различных соединений зубчатых колес с валом.

Зубчатые механизмы служат для передачи вращательного движения от одного звена (входного) к другому (выходному).

Динамическая балансировка производится на специальных станках. В данной работе используется учебная модель ТММ 1А балансировочного станка Б.В. Шитикова.

Ротор 1 (рисунок 5.2) вращается в подшипниках 2 жесткой маятниковой рамы 3. Последняя соединена со станиной, с одной стороны шарниром О, с другой - серьгой 4 и консольной стержневой пружиной 5 круглого сечения. Таким образом, рама вместе с ротором образует систему, которая может колебаться относительно оси шарнира О. Амплитуда колебаний измеряется индикатором 6 часового типа (цена деления 0,01 мм.). На валу ротора с двух его сторон размещены два диска 7 и 8 с прорезями, в которых могут устанавливаться дополнительные грузы на различном расстоянии от оси вращения. Плоскость диска 8 проходит через ось О, что позволяет осуществить уравнивание путём определения величины и угловой координаты дисбаланса, отнесённого к плоскости правого диска 7. Угол установки груза 9 отсчитывается поворотом диска по лимбу на его ступице. Для этого необходимо ослабить стопорные винты 10.

Ротору сообщается вращение фрикционом 11, насаженным на вал электродвигателя 12 ( $N = 80$  Вт,  $n = 2200$  об/мин), закреплённом на плече качающегося рычага 13. Другое плечо рычага заканчивается круглой рукояткой 14, при помощи которой осуществляется пуск электродвигателя, а также прижим фрикциона к ротору.

Если сообщить ротору некоторую угловую скорость  $\omega$  и затем дать ему возможность вращаться по инерции (в режиме выбега), то по мере уменьшения  $\omega$  будут уменьшаться частота и амплитуда колебаний рамы. При совпадении  $\omega$  с собственной частотой колебаний системы станка наступит резонанс: амплитуда колебаний рамы при этом резко возрастет и будет максимальной. Из теории колебаний известно, что резонансная амплитуда собственных колебаний пропорциональна возмущающему фактору, которым является в данном случае дисбаланс

$$A_{max} = \frac{I}{\mu} \cdot D, \quad (3)$$

где  $\mu$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от постоянных параметров станка.

Зная  $\mu$ , по замеренной амплитуде  $A_{max}$  из равенства (3), можно определить дисбаланс ротора. Статический момент уравнивающей массы противовеса должен быть равен статическому моменту неуравновешенных масс ротора и направлен в противоположную сторону:

$$m_n \cdot \bar{r}_n = -\bar{D}.$$

Выбрав отсюда массу  $m_n$  противовеса, определяют радиус  $\bar{r}_n$  его установки в прорези диска 7.

Степень неуравновешенности звена оценивается величиной **дисбаланса**, который представляет собой статический момент звена, то есть произведение массы его на расстояние  $r_s$ :

$$D = m \cdot r_s.$$

Сила  $\vec{F}_u$  и момент  $M_u$  создают дополнительные реакции в опорах, повышают интенсивность износа сопряженных деталей и увеличивают потери мощности на трение. Кроме того, будучи в общем случае переменными по величине и направлению, они вызывают вибрацию машины и всех, связанных с нею устройств. Поэтому, одним из основных требований, предъявляемых к вращающимся звеньям, является их уравновешенность, которая выражается уравнениями:

$$(1) \quad x_s = 0 \quad \text{и} \quad y_s = 0,$$

$$(2) \quad J_{xy} = 0 \quad \text{и} \quad J_{yz} = 0.$$

Процесс опытного уравновешивания вращающихся звеньев называется **балансировкой**. Для звеньев, имеющих малую ширину по сравнению с диаметром (диски, узкие шкивы, крыльчатки вентиляторов и т. п.), применяется **статическая балансировка**, которая заключается в том, чтобы ось вращения звена проходила через центр его масс, то есть совпадала с центральной осью инерции. Это соответствует выполнению условия (1) и достигается за счет установки в определенном месте одной уравновешивающей массы  $m_n$  (рисунок 5.1 а). Для быстро вращающихся звеньев со значительной осевой длиной должны выполняться сразу оба условия (1) и (2). Это достигается путём **полного уравновешивания**, которое называется **динамической балансировкой**. Суть её заключается в том, что в двух выбранных плоскостях 1 и 2 устанавливают две дополнительные массы, располагая их таким образом, чтобы сила  $\vec{F}_u$  и момент  $M_u$  (рисунок 5.1 б) были уравновешенными.

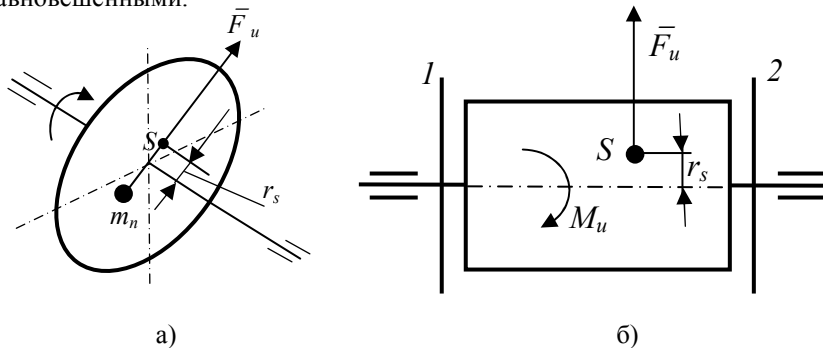


Рисунок 5.1 - Схемы вращающихся роторов

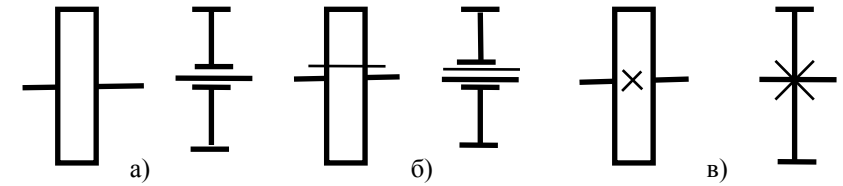


Рисунок 2.1 - Соединения зубчатого колеса с валом  
а) свободное, б) подвижное, в) глухое

Зубчатые механизмы делятся в зависимости от взаимного расположения валов на следующие виды:

- **с параллельными валами** (передачи с цилиндрическими колесами),
- **с пересекающимися валами** (передачи с коническими колесами),
- **со скрещивающимися валами** (червячные передачи).

На рисунке 2.2 изображены схемы некоторых простейших зубчатых механизмов.

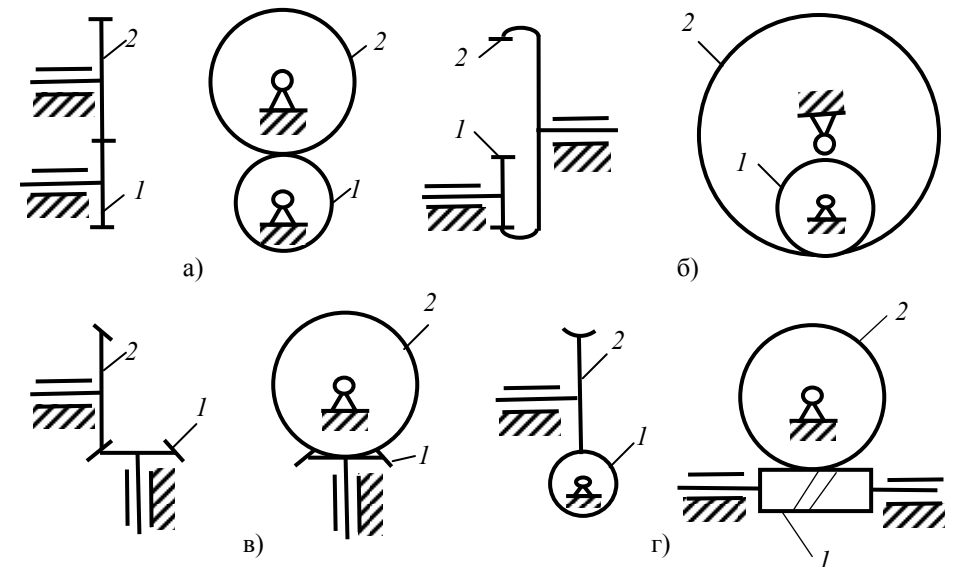


Рисунок 2.2 - Простейшие зубчатые механизмы  
а) внешнее зацепление, б) внутреннее зацепление,  
в) с коническими колесами, г) червячное зацепление

Основной характеристикой зубчатого механизма является его передаточное отношение.

**Передаточным отношением** механизма называется отношение угловой скорости входного звена к угловой скорости выходного т.е.

$$u_{nk} = \frac{\omega_n}{\omega_k}.$$

Для простейших зубчатых механизмов, состоящих из пары колес передаточное отношение равно обратному отношению чисел зубьев колес, т.е.

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1},$$

где  $z_1$  и  $z_2$  - числа зубьев шестерни и колеса.

В плоских зубчатых механизмах передаточному отношению приписывается знак «плюс» (+), если направления вращения входного и выходного валов совпадают между собой, и знак «минус (-)» - в противном случае. Для пространственных зубчатых механизмов вопрос о знаке передаточного отношения не ставится.

При последовательном соединении нескольких ступеней, образующих сложный механизм, общее передаточное отношение равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней, входящих в состав механизма, т.е.

$$u_{1n} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot u_{34} \cdot \dots \cdot u_{n-1,n}.$$

## ОБЪЁМ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с заданным зубчатым механизмом, выявить входное и выходное звенья, установить количество и виды ступеней, входящих в состав механизма.

2. Составить кинематическую схему зубчатого механизма, используя условные обозначения, выдерживая при этом действительные соотношения между размерами элементов механизма. Пронумеровать все зубчатые колеса, указать способы соединения колес с валами.

3. Подсчитать числа зубьев колес и указать их на кинематической схеме.

4. Определить передаточные отношения каждой ступени, входящей в состав механизма.

5. Составить формулу общего передаточного отношения заданного механизма, подставить в нее частные передаточные отношения отдельных ступеней и выполнить вычисления.

6. Проверить расчетное значение общего передаточного отношения опытным путем. Проверку произвести по формуле

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что представляет собой эвольвента окружности?
2. Что такое модуль зуба и какова его роль в геометрическом расчете?
3. Какая окружность зубчатого колеса называется делительной, и какая называется основной? Какие еще окружности установлены для зубчатых колес?
4. В чем заключается существо способа обкатки применяемого для нарезания зубчатых колес?
5. Что такое исходный производящий контур и каковы его параметры?
6. Какое зубчатое колесо называется нулевым, и какое - скорректированным (положительным, отрицательным)?
7. Как устраняется подрезание зубьев при нарезании зубчатого колеса?
8. Как определить коэффициент и величину смещения исходного производящего контура из условия отсутствия подрезания?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

### ДИНАМИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА РОТОРА

**Цель работы** - овладеть практическими навыками экспериментального определения неуравновешенности вращающегося ротора и ее устранения.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

Различные механизмы и машины содержат большое количество вращающихся звеньев: кривошипы, шкивы, маховики, зубчатые колеса, роторы, коленчатые валы и т. д. При проектировании таких звеньев часто ставится задача о рациональном размещении масс, исключающем возникновение дополнительных динамических нагрузок за счет сил инерции. Эта задача носит название **уравновешивание** сил инерции.

При вращении звена вокруг оси  $z$  с угловой скоростью  $\omega$  к каждой элементарной точечной массе его будет приложена центробежная сила инерции. Элементарные силы инерции точечных масс всего звена образуют пространственную систему сил. Если звено не уравновешено, то эта система приводится к главному вектору сил инерции  $\vec{F}_u$ , приложенному в центре масс, и главному моменту сил инерции  $M_u$ :

$$F_u = \omega^2 \cdot m \cdot r_s, \quad M_u = \omega^2 \sqrt{J_{xz}^2 + J_{yz}^2},$$

где  $m$  - масса звена,

$r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$  - расстояние от оси вращения до центра масс с координатами  $x_s$  и  $y_s$ ,  
 $J_{xz}$  и  $J_{yz}$  - центробежные моменты инерции звена.

5. Определим коэффициент смещения

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17} = \frac{17 - 10}{17} = 0,41.$$

Определим величину смещения

$$e_{\min} = x_{\min} \cdot m = 0,41 \cdot 10 = 4,1 \text{ мм.}$$

6. Сместим рейку на приборе ТММ-42 в направлении от центра колеса на величину  $e_{\min} = 4,1 \text{ мм}$ .

7. Построим на бумажном круге эвольвентные профили трех зубьев зубчатого колеса с положительным смещением рейки на величину  $e_{\min} = 4,1 \text{ мм}$ .

8. Определим для зубчатого колеса со смещением окружную толщину зуба на делительной окружности

$$s' = \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_{\min} \cdot \text{tg} \alpha \right) m = \left( \frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,41 \cdot 0,364 \right) 10 = 18,65 \text{ мм},$$

где  $\text{tg} \alpha = \text{tg} 20^\circ = 0,364$ .

Определим для зубчатого колеса со смещением окружную толщину зуба на основной окружности

$$s'_b = d_b \left( \frac{s'}{d} + \text{inv} \alpha \right) = 94 \left( \frac{18,69}{100} + 0,0149 \right) = 18,97 \text{ мм}.$$

Результаты расчета внесём в таблицу 4.1.

9. Построим на бумажном круге с помощью циркуля делительную и основную окружности (рисунок 4.7), которые являются общими для зубчатых колёс без смещения и со смещением.

Для зубчатого колеса без смещения построим часть окружности вершин и часть окружности впадин.

10. Измерим с помощью линейки толщины зубьев на делительной и основной окружностях колёс без смещения и со смещением. Результаты измерений внесем в таблицу 4.1.

Таблица 4.1 - Результаты расчетов и измерений толщин зубьев колес без смещения и со смещением

Величина смещения	Толщина зуба по делительной окружности (мм)		Толщина зуба по основной окружности (мм)	
	расчёт	замер	расчёт	замер
$x = 0, e = 0$	15,7	15,0	16,16	16,0
$x = 0,41, e = 4,1 \text{ мм}$	18,65	18,0	18,97	18,5

**Выполнил студент 321 группы**  
**Тройкин Д.В.**

$$u_{1k} = \frac{n_1}{n_k},$$

где  $n_1$  - задаваемое число оборотов входного звена механизма,  
 $n_k$  - наблюдаемое число оборотов выходного звена.

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. В заданном зубчатом механизме, изображённом на рисунке 2.3, входным звеном является цилиндрическое зубчатое колесо 1, а выходным - червячное колесо 6.

Механизм содержит три ступени:

**1 ступень** состоит из цилиндрических колес 1 и 2, образующих внешнее зацепление,

**2 ступень** состоит из конических колес 3 и 4,

**3 ступень** состоит из червяка 5 и червячного колеса 6, входящих в зацепление между собой.

2. Используя условные обозначения, изобразим на рисунке 2.3 кинематическую схему зубчатого механизма. Пронумеруем по порядку все зубчатые колеса.

3. Определим числа зубьев колес:

$z_1 = 18, z_2 = 27, z_3 = 21, z_4 = 42, k_5 = 2, z_6 = 20$ . Здесь  $k_5 = 2$  - число заходов резьбы на червяке.

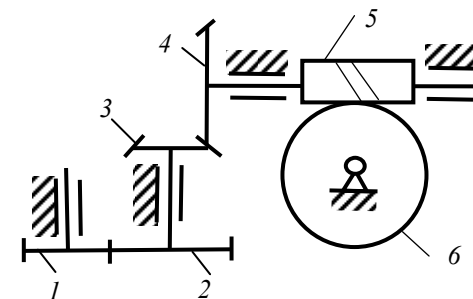


Рисунок 2.3 - Кинематическая схема зубчатого механизма

4. Определим передаточные отношения каждой ступени механизма.

Ступень 1:  $u_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{27}{18} = 1,5$ . Ступень 2:  $u_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{42}{21} = 2$ .

Ступень 3:  $u_{56} = \frac{z_6}{k_5} = \frac{20}{2} = 10$ .

5. Определим общее передаточное отношение механизма.

$$u_{16} = u_{12} \cdot u_{34} \cdot u_{56} = 1,5 \cdot 2 \cdot 10 = 30.$$

6. Выполним проверку расчётного передаточного отношения опытным путем. Для этого повернём входное колесо 1 передачи на 15 оборотов ( $n_1 = 15$ ) и подсчитаем  $n_6$ , т.е. число оборотов, которое совершит при этом выходное колесо 6. Оказалось  $n_6 = 0,5$ . Тогда получим

$$u_{16} = \frac{n_1}{n_6} = \frac{15}{0,5} = 30,$$

где  $n_1 = 15$  - задаваемое число оборотов входного колеса 1,

$n_6 = 0,5$  - наблюдаемое число оборотов выходного звена 6.

Величины передаточного отношения, полученные двумя способами, совпадают между собой, следовательно, результаты расчёта можно считать удовлетворительными.

**Выполнил студент 321 гр.**

**Тройкин Д.В.**

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие бывают типы плоских и пространственных зубчатых передач в зависимости от взаимного расположения осей вращения?
2. Каково назначение зубчатых механизмов и в чем заключается задача их кинематического анализа?
3. Что называется передаточным отношением механизма и как оно определяется по величине и знаку?
4. Как определяется передаточное отношение передачи, состоящей из пары зубчатых колёс?
5. Как определяется передаточное отношение червячной передачи?
6. Что представляет собой многоступенчатая зубчатая передача и как определяется её общее передаточное отношение?
7. Как определить передаточное отношение зубчатой передачи опытным путём?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

#### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы** - ознакомление с зубчатыми планетарными механизмами, изучение их структуры и кинематики, овладение практическими навыками в составлении кинематических схем, определении передаточного отношения и опытной проверке его проворачиванием механизма.

10. Расчётные значения окружных толщин зубьев по делительной и основной окружностям для зубчатых колес без смещения и со смещением внести в таблицу.

11. Построить на бумажном круге с помощью циркуля делительную и основную окружности, которые являются общими для зубчатых колес без смещения и со смещением.

12. Для зубчатого колеса без смещения построить полуокружности вершин и впадин.

13. Измерить толщины зубьев на делительной и основной окружностях для зубчатых колес без смещения и со смещением. Результаты измерений внести в таблицу.

#### ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Параметры исходного производящего контура:

$m$  - модуль,

$d$  - диаметр делительной окружности,

$\alpha = 20^\circ$  - профильный угол,

$h_a^* = 1$  - коэффициент высоты головки зуба,

$c^* = 0,25$  - коэффициент радиального зазора.

2. Определим число зубьев нарезаемого колеса:

$$z = \frac{d}{m} = \frac{100}{10} = 10.$$

3. Расчет геометрических параметров зубчатого колеса без смещения.

Диаметр основной окружности

$$d_b = d \cdot \cos \alpha = 100 \cdot 0,94 = 94 \text{ мм},$$

где  $\cos \alpha = \cos 20^\circ = 0,94$ ,

Диаметр окружности вершин зубьев колеса

$$d_a = d + 2 \cdot h_a^* \cdot m = 100 + 2 \cdot 1 \cdot 10 = 120 \text{ мм}.$$

Диаметр окружности впадин колеса

$$d_f = d - 2(h_a^* + c^*)m = 100 - 2(1 + 0,25)10 = 75 \text{ мм}.$$

Окружная толщина зуба по делительной окружности

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{3,14 \cdot 10}{2} = 15,7 \text{ мм}.$$

Окружная толщина зуба по основной окружности

$$s_b = d_b \left( \frac{s}{d} + \text{inv} \alpha \right) = 94 \left( \frac{15,7}{100} + 0,0149 \right) = 16,16 \text{ мм},$$

где  $\text{inv} \alpha = \text{inv} 20^\circ = 0,0149$ .

4. С помощью прибора ТММ-42 построим на бумажном круге эвольвентные профили трех зубьев зубчатого колеса без смещения (рисунок 4.7). Так как число зубьев нарезаемого колеса  $z < z_{\min}$  ( $z_{\min} = 17$ ), эти зубья получились подрезанными у ножи.



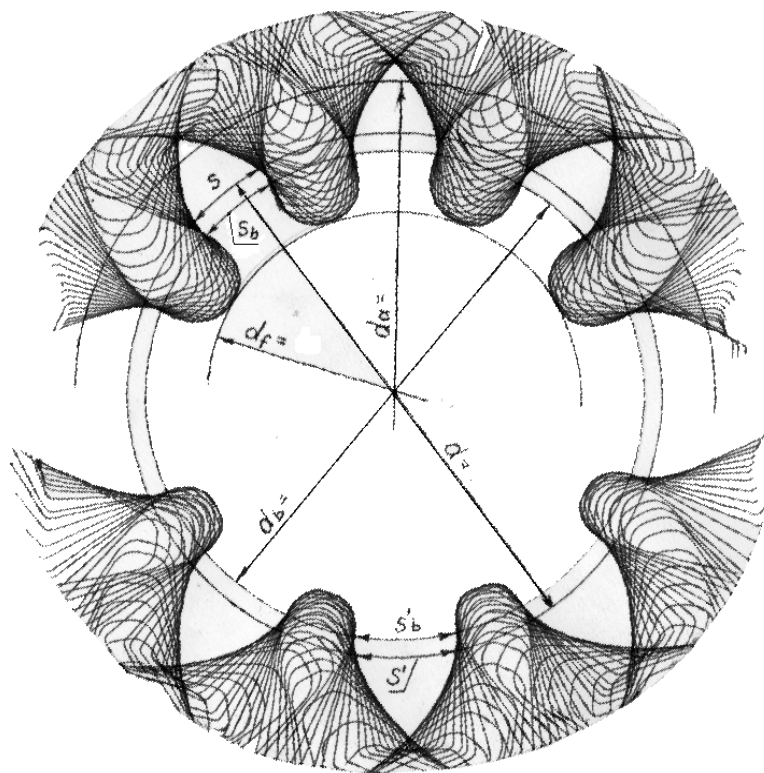


Рисунок 4.7 - Построение эвольвентных профилей зубьев методом обкатки

6. Приподняв рычаг 7 на приборе, перевести рейку в крайнее правое положение. Рукояткой 12 освободить натяжение проволоки 11 на приборе и повернуть диск с бумажным кругом на  $180^\circ$ . Затем рукоятку 12 вернуть в исходное положение.

7. В том же порядке, как в п. 4, построить несколько зубьев зубчатого колеса со смещением, после чего бумажный круг снять с прибора.

8. Для зубчатого колеса со смещением рассчитать окружную толщину зубьев на делительной окружности

$$s' = \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_{\min} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot m,$$

где  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ = 0,364$ .

9. Определить толщину зубьев на основной окружности

$$s'_b = d_b \left( \frac{s'}{d} + \operatorname{inv} \alpha \right), \quad \text{где } \operatorname{inv} \alpha = \operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149.$$

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

**Планетарным механизмом** называется зубчато-рычажный механизм, содержащий зубчатые колеса с подвижными осями вращения.

Кинематические схемы некоторых планетарных механизмов изображены на рисунке 3.1.

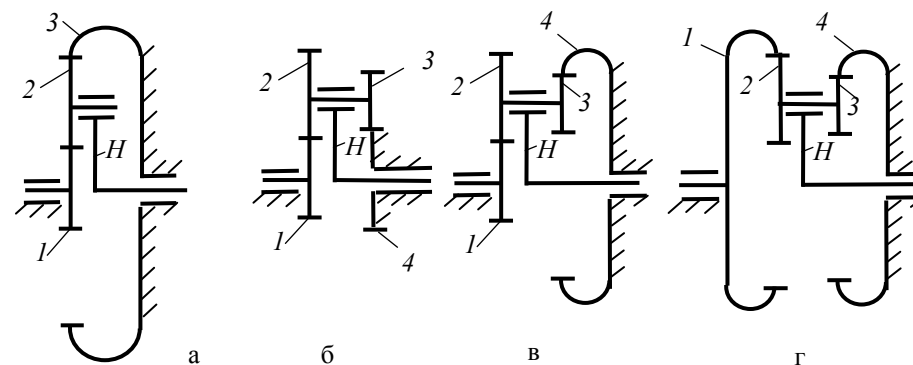


Рисунок 3.1 - Планетарные механизмы

а) - однорядный, б) - с двумя внешними зацеплениями,

в) - с внешним и внутренним зацеплениями,

г) - с двумя внутренними зацеплениями

**Центральными колёсами** в планетарном механизме называются зубчатые колёса с неподвижными осями вращения. В механизме, изображенном на рисунке 3.1 а) колёса 1 и 3 являются центральными, на рисунках б), в) и г) центральными являются колёса 1 и 4.

**Сателлитами** называются зубчатые колёса с подвижными осями вращения. В механизме на рисунке 1 а) сателлитом является колесо 2. В механизмах на рисунках б), в) и г) сателлитами является блок колес 2 и 3.

**Водилом** называется звено, рычаг, несущее подшипники сателлитов. В схемах на рисунке 3.1 водило обозначено H.

Если в планетарном механизме остановить водило и освободить центральные колеса, то получится **обращённый механизм**, имеющий одну степень свободы. Все зубчатые колеса в таком механизме имеют неподвижные оси вращения.

Зубчатые планетарные механизмы подразделяются на зубчатые **дифференциальные механизмы**, число степеней свободы которых, равно двум и более, и **планетарные передачи** с одной степенью свободы, у которых одно из центральных колес неподвижно.

Передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса  $n$  к водилу  $H$  при неподвижном центральном колесе  $k$  определяется формулой

$$u_{nH} = 1 - u_{nk}^H,$$

где  $u_{nk}^H$  - передаточное отношение обращённого механизма с неподвижным водилом  $H$  от колеса  $n$  к колесу  $k$ .

Для планетарных передач, изображённых на рисунке 3.1, передаточные отношения определяются следующими соотношениями.

Для однорядной планетарной передачи (рисунок 3.1а):

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1}.$$

Для планетарной передачи с двумя внешними зацеплениями (рисунок 3.1б):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Для планетарной передачи с внешним и внутренним зацеплениями (рисунок 3.1в):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Для планетарной передачи с двумя внутренними зацеплениями (рисунок 3.1г):

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H = 1 - \left(\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}.$$

Здесь  $z_1, z_2, z_3, z_4$  - числа зубьев колёс передач.

## ОБЪЁМ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с механизмом, выявить в нем центральные колёса, сателлиты и водило. Определить числа зубьев всех зубчатых колёс.

2. Составить кинематическую схему зубчатого дифференциального механизма. Пронумеровать все зубчатые колёса и обозначить водило. Определить число степеней свободы дифференциального механизма по формуле П.Л. Чебышева.

3. Составить кинематическую схему обращенного механизма. Определить передаточное отношение от одного центрального колеса к другому и обратно расчётным путем. Выполнить проверку расчетного передаточного отношения опытным путем, проворачиванием механизма.

4. Составить кинематическую схему планетарной передачи при неподвижном одном из двух центральных колёс. Определить передаточное отношение от подвижного центрального колеса к водилу расчётным и опытным путем.

$$z = \frac{d}{m}.$$

3. Произвести расчет геометрических параметров зубчатого колеса без смещения.

Диаметр основной окружности

$$d_b = d \cdot \cos \alpha,$$

где  $\cos \alpha = \cos 20^\circ = 0,94$ .

Диаметр окружности вершин зубьев

$$d_a = d + 2 \cdot h_a^* \cdot m.$$

Диаметр окружности впадин колеса

$$d_f = d - 2(h_a^* + c^*)m.$$

Окружная толщина зуба по делительной окружности

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}.$$

Окружная толщина зуба по основной окружности

$$s_b = d_b \left( \frac{s}{d} + \operatorname{inv} \alpha \right),$$

где  $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149$ .

4. Выбрать заготовку в виде бумажного круга и закрепить её на приборе с помощью шайбы 5.

Установить рейку на нулевое деление по шкале 9 на приборе.

Приподняв рычаг 7, перевести рейку 2 в крайнее правое положение.

Обвести контур зубьев рейки на бумажном круге карандашом. Нажатием на рычаг 7 перевести рейку 2 на один шаг. Затем вновь обвести карандашом контур зубьев рейки и т.д., пока рейка не переместится в крайнее левое положение. В результате на бумаге будут получены несколько зубьев колеса без смещения (рисунок 4.7). Так как число зубьев нарезанного таким образом колеса меньше  $z_{\min}$  ( $z_{\min} = 17$ ), эти зубья будут подрезаны в области ножи.

5. Определить коэффициент смещения по формуле

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}.$$

Определить величину смещения

$$e_{\min} = x_{\min} \cdot m.$$

Ослабив винты 10 на приборе, сместить рейку в направлении удаления от центра колеса на величину  $e_{\min}$  по шкале прибора, и вновь закрепить её.

на диске 3 с помощью шайбы 5. Рейка 2 может перекачиваться по делительной окружности нарезаемого колеса путем нажатия на рычаг 7. Рейку 2 можно передвигать относительно центра заготовки, освободив винты 10.

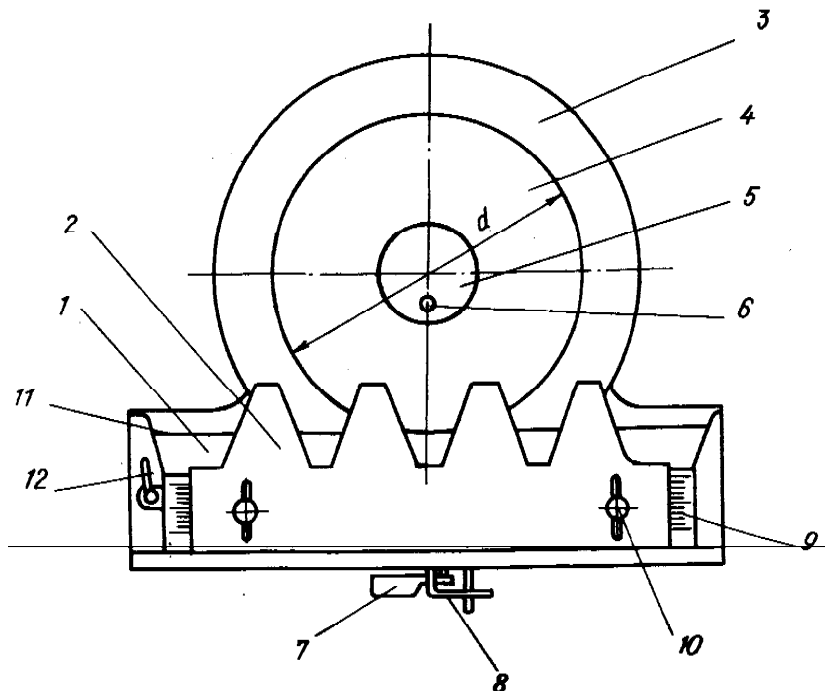


Рисунок 4.6 - Схема прибора ТММ-42

для построения эвольвентных профилей зубьев

1 - основание, 2 - рейка, 3 - диск, 4 - делительный круг, 5 - шайба,

6 - винт, 7 - рычаг, 8 - фиксатор, 9 - шкала, 10 - винты,

11 - проволока, 12 - рукоятка

## ОБЪЁМ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с прибором ТММ-42 для нарезания эвольвентных профилей зубьев. Записать параметры исходного производящего контура, помещенные на рейке:

$m$  - модуль,

$d$  - диаметр делительной окружности,

$\alpha = 20^\circ$  - профильный угол,

$h_a^* = 1$  - коэффициент высоты головки зуба,

$c = 0,25$  - коэффициент радиального зазора.

2. Определить число зубьев нарезаемого колеса по формуле

5. Составить кинематическую схему планетарной передачи при неподвижном другом центральном колесе. Определить передаточное отношение от подвижного центрального колеса к водилу расчётным и опытным путем.

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Заданный планетарный механизм, изображённый на рисунке 3.2, содержит два центральных колеса 1 и 4, блок сателлитов 2 и 3, и водило  $H$ . Каждый из сателлитов образует с центральным колесом внешнее зацепление.

Определим числа зубьев всех зубчатых колес:

$$z_1 = 20, z_2 = 35, z_3 = 23, z_4 = 32.$$

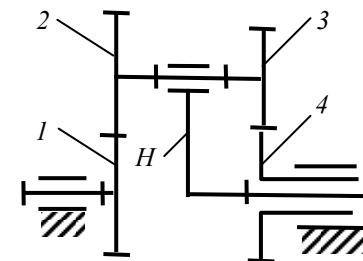


Рисунок 3.2 – Дифференциальный механизм ( $W = 2$ )

2. Используя условные обозначения, изобразим на рисунке 3.2 кинематическую схему дифференциального механизма.

Определим число степеней свободы дифференциального механизма по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2,$$

где  $n = 4$  - число подвижных звеньев,

$p_1$  - число одноподвижных кинематических пар,

$p_2$  - число двухподвижных кинематических пар.

Таким образом, дифференциальный механизм имеет две степени свободы.

3. Изобразим на рисунке 3.3 кинематическую схему обращенного механизма с неподвижным водилом  $H$ .

Определим передаточное отношение обращенного механизма от центрального колеса 1 к центральному колесу 4:

$$u_{14}^H = u_{12}^H \cdot u_{34}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \left(-\frac{35}{20}\right) \cdot \left(-\frac{32}{23}\right) = 2,4,$$

где  $u_{12}^H$  - передаточное отношение ступени, состоящей из колес 1 и 2,

$u_{34}^H$  - передаточное отношение ступени, состоящей из колес 3 и 4.

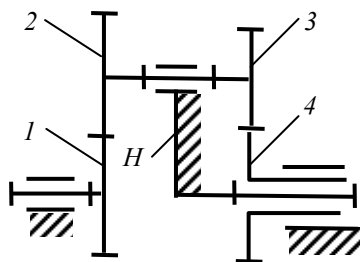


Рисунок 3.3 - Обращённый механизм ( $W = 1$ )

Определим передаточное отношение обращённого механизма в обратном отношении, т.е. от колеса 4 к колесу 1:

$$u_{41}^H = \frac{1}{u_{14}^H} = \frac{1}{2,4} = 0,4.$$

Проверим передаточное отношение обращенного механизма от колеса 1 к колесу 4 опытным путем, используя формулу

$$u_{14}^H = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{24}{10} = 2,4,$$

где  $n_1 = 24$  - задаваемое число оборотов центрального колеса 1,  
 $n_4 = 10$  - наблюдаемое число оборотов центрального колеса 4.

4. Изобразим на рисунке 3.4 кинематическую схему планетарной передачи с неподвижным центральным колесом 4.

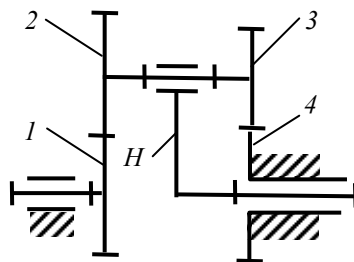


Рисунок 3.4 - Планетарная передача ( $W = 1$ )

Определим передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса 1 к водилу  $H$ :

$$u_{1H} = 1 - u_{14}^H = 1 - 2,4 = -1,4.$$

Проверим передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса 1 к водилу опытным путем, используя формулу:

В зависимости от положения ИПК относительно заготовки можно получить различные варианты нарезания зубьев.

**Нулевое колесо** (рисунок 4.5 а). Делительная прямая рейки перекачивается по делительной окружности колеса. У такого колеса толщина зуба и ширина впадины между зубьями по делительной окружности равны между собой.

**Корригированные (исправленные) колеса** (рисунки 4.5 б и в) нарезанные смещённой инструментальной рейкой. В этих случаях делительная окружность колеса не соприкасается с делительной прямой рейки. Корригирование зубчатых колёс производится с целью улучшения качества (исправления) зацепления, устранения подреза ножки зуба, увеличения коэффициента перекрытия, уменьшения износа, повышения прочности зуба.

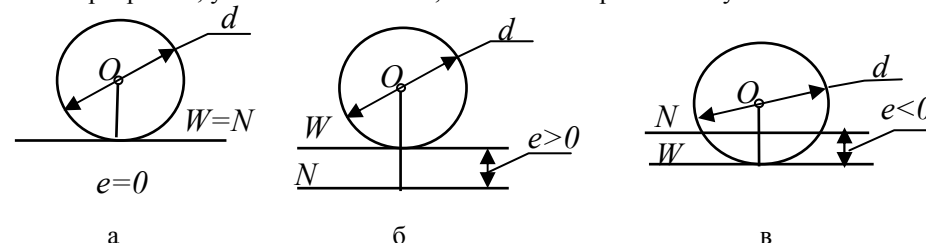


Рисунок 4.5 - Различные положения делительной прямой  $N$  рейки относительно делительной окружности колеса

При нарезании корригированных колес расстояние  $e$  между делительной прямой  $N$  рейки и делительной окружностью колеса называется **смещением** рейки.

Смещение рейки относительно её положения для нулевого колеса в направлении от центра колеса называется **положительным смещением** ( $e > 0$ ), а в направлении к центру - **отрицательным смещением** ( $e < 0$ ).

**Коэффициентом смещения** называется отношение  $x = \frac{e}{m}$ .

Величина коэффициента смещения рейки, необходимая для устранения подреза ножки зуба при коэффициенте высоты головки зубьев  $h_a^* = 1$  и при значении угла профиля  $\alpha = 20^\circ$  определяется формулой

$$x_{min} = \frac{17-z}{17},$$

где  $z$  - число зубьев нарезаемого колеса.

Абсолютное смещение рейки, необходимое для устранения подреза ножки зуба, определяется формулой

$$e_{min} = x_{min} \cdot m.$$

Построение профилей зубьев в лабораторной работе выполняется на приборе ТММ-42 (рисунок 4.6). Заготовка в виде бумажного круга крепится

**Окружным шагом**  $p_t$  называется расстояние, измеренное по дуге окружности между одноименными профилями соседних зубьев.

**Модулем зубьев** называется линейная величина  $m$ , равная отношению шага  $p_t$  к числу  $\pi$ , т.е.

$$m = \frac{p_t}{\pi},$$

где  $\pi = 3,14$ .

Модуль зуба является основным параметром зубчатого колеса, характеризующим размеры зуба. ГОСТом 9563-60 установлено выбирать модуль из ряда рациональных чисел от 0,05 до 100.

**Делительной окружностью** называется окружность, соответствующая стандартному модулю. Делительная окружность является базовой для определения элементов зуба и их размеров. Диаметр делительной окружности обозначают  $d$  и определяют по формуле  $d = m \cdot z$ .

Расстояние между окружностью вершин и делительной окружностью определяет высоту **делительной головки** зуба  $h_a$ , а расстояние между делительной окружностью и окружностью впадин - высоту делительной ножки  $h_f$ .

Геометрия зуборезного инструмента, работающего по способу обкатки, определяется в соответствии с **исходным производящим контуром (ИПК)**, изображенном на рисунке 4.4. Он представляет собой контур зубьев инструментальной рейки и характеризуется параметрами:

$\alpha = 20^\circ$  - угол профиля исходного производящего контура,

$h_f^* = 1$  - коэффициент высоты головки зуба,

$c^* = 0,25$  - коэффициент радиального зазора,

$\rho_f^* = 0,38$  - коэффициент радиуса кривизны переходной кривой.

Средняя линия рейки, которая делит общую высоту зубьев пополам, называется **делительной прямой**. Толщина зуба рейки и ширина впадины по делительной прямой одинаковы между собой.

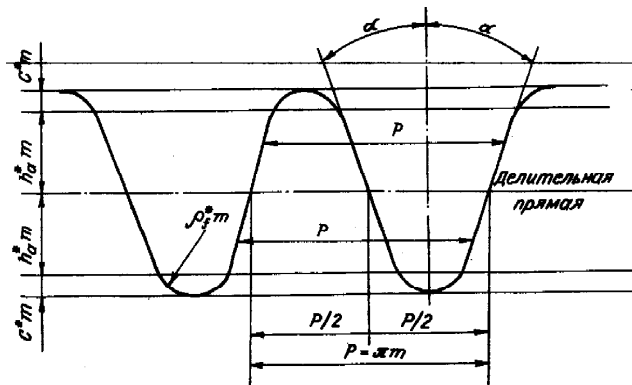


Рисунок 4.4 - Исходный производящий контур

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{14}{-10} = -1,4,$$

где  $n_1$  - задаваемое число оборотов центрального колеса 1,  
 $n_H$  - наблюдаемое число оборотов водила H.

5. Изобразим на рисунке 3.5 кинематическую схему планетарной передачи с неподвижным центральным колесом 1.

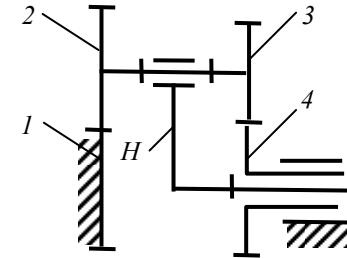


Рисунок 3.5 - Планетарная передача ( $W=1$ )

Определим передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса 4 к водилу H:

$$u_{4H} = 1 - u_{41}^H = 1 - 0,4 = 0,6.$$

Проверим передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса 4 к водилу H опытным путем, используя формулу:

$$u_{4H} = \frac{\omega_4}{\omega_H} = \frac{n_4}{n_H} = \frac{6}{10} = 0,6,$$

где  $n_4 = 6$  - задаваемое число оборотов центрального колеса 4,  
 $n_H = 10$  - наблюдаемое число оборотов водила.

**Выполнил студент 321 гр.  
Тройкин Д.В.**

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой механизм называется планетарным?
2. Как называются звенья, входящие в состав планетарного механизма?
3. Какой механизм называется дифференциальным?
4. Какой механизм называется обращенным?
5. Как определяется передаточное отношение обращенного механизма?
6. Что называется планетарной передачей?

7. В чем заключается задача кинематического анализа планетарной передачи?

8. По какой формуле определяется передаточное отношение планетарной передачи от центрального колеса к водилу?

9. Как определить передаточное отношение планетарной передачи опытным путем?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

# ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТОДОМ ОБКАТКИ

**Цель работы** - изучение кинематики изготовления поверхностей зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес и овладение навыками расчета геометрических параметров зубчатых колес.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

Нарезание эвольвентных профилей методом обкатки является наиболее распространенным способом изготовления зубчатых колес. Режущим инструментом в этом случае может быть зубчатая рейка, червячная фреза или долбяк в форме шестерни. Нарезание колес производится, соответственно, на зубострогальном, зуборезном или зубодолбежном станках.

При нарезание зубчатого колеса методом обкатки режущий инструмент и заготовка получают относительное движение такое же, как при зацеплении зубчатой рейки (или колеса) с колесом (рисунок 4.1). Начальная прямая рейки при нарезании перекатывается по делительной окружности заготовки (движение обкатки). Кроме этого рейка совершает поступательное движение вдоль оси заготовки (движение резания). Профиль зуба получается как огибающая профиля рейки в нескольких последовательных её положениях относительно колеса.

Преимуществом метода обкатки является то, что одним и тем же инструментом можно нарезать эвольвентные профили с разными параметрами, определяемыми положением инструмента относительно заготовки.

Положительным свойством инструментальной рейки является простота формы режущей кромки - прямая линия. Благодаря этому достигается высокая точность изготовления инструмента и колёс, а так же упрощается заточка рейки.

При выполнении данной лабораторной работы применяются следующие понятия теории зубчатых зацеплений.

**Эвольвента окружности** - траектория точки прямой  $n$ , перекатываемой без скольжения по окружности (рисунок 4.2). Эта окружность, эволь-

вентой которой является профиль зуба, называется **основной окружностью** зубчатого колеса и её радиус обозначается  $r_b$  (диаметр -  $d_b$ ).

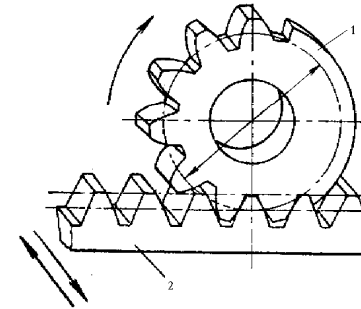


Рисунок 4.1 - Схема процесса нарезания колеса инструментальной рейкой. 1 – заготовка, 2 - инструментальная рейка

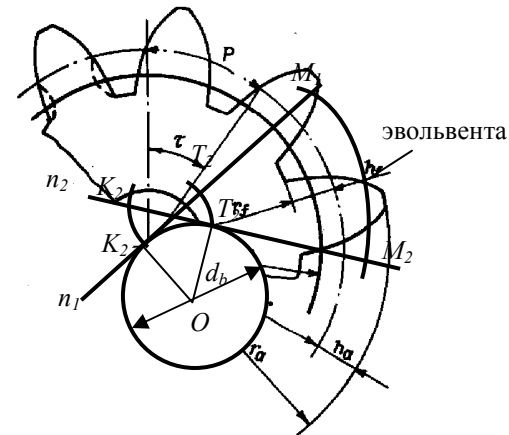
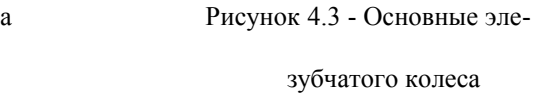


Рисунок 4.2 - Эвольвента окружности



Рассмотрим сечение цилиндрического зубчатого колеса плоскостью, перпендикулярной его оси, которое называется торцовым сечением (рисунок 4.3). Каждый зуб представляет собой выступ, очерченный двумя симметрично расположенными эвольвентными профилями. Пространство между двумя соседними зубьями, ограниченное поверхностями вершин и впадин, образует **впадину** зубчатого колеса. В торцовом сечении этим поверхностям соответствуют **окружность вершин** зубьев диаметром  $d_a$  и **окружность впадин** колеса диаметром  $d_f$ .