

ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

**Экономико-математическое
моделирование**

Методические указания по проведению практических занятий,
самостоятельному изучению дисциплины и выполнению
контрольной работы

38.03.01 *Экономика*

38.03.02 *Менеджмент*

38.03.03 *Управление персоналом*

38.03.04 *Государственное и муниципальное управление*

43.03.01 *Сервис*

Новосибирск 2022

Рецензент: кандидат техн. наук, доцент С.Н. Бурков

Экономико-математическое моделирование: методические указания по проведению практических занятий, самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольной работы / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Сост. М.В.Грунина. – Новосибирск, 2022. – 32 с.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки: 38.03.01 Экономика; 38.03.02 Менеджмент; 38.03.03 Управление персоналом; 38.03.04 Государственное и муниципальное управление; 43.03.01 Сервис.

Утверждены и рекомендованы к изданию учебно-методическим советом факультета Экономики и управления (протокол №1 от 22 сентября 2020).

Оглавление

Введение	4
Методические указания для практических занятий	5
Домашняя контрольная работа.....	16
Тестовые задания для проверки остаточных знаний	29
Список основной литературы.....	31

1. Введение

Цели и задачи дисциплины

Цель преподавания экономико-математического моделирования в вузе для студентов экономических и организационно-управленческих специальностей – добиться усвоения студентами основ математического моделирования, необходимого для решения теоретических и практических экономических и организационно-управленческих задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям, подготовить к чтению современной научной литературы и обеспечить запросы других разделов математики и дисциплин; развить умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений; повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий, а также начальные навыки прикладных исследований.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с идеями и методами математического моделирования,
- привить студентам опыт работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой,
- привить студентам опыт решения задач с использованием инструментария математического моделирования.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей,

виды финансовой, бухгалтерской информации, содержащейся в отчетности предприятий различных форм собственности;

- последовательность принятия управленческих решений в сфере финансовой деятельности предприятия;

уметь:

- применять соответствующие инструментальные средства для обработки экономических данных, использовать результаты анализа этой информации для обоснования выводов по комплексной оценке, финансового состояния хозяйствующего субъекта;

- выявлять проблемы экономического характера при анализе конкретных ситуаций, предлагать способы их решения с учетом критериев социально-экономической эффективности, оценки рисков и возможных социально-экономических последствий;

- обосновывать выбор того или иного варианта управленческого финансового решения на основе всесторонней критической оценки;

владеть:

- методологией экономического исследования; навыками применения современного математического инструментария для решения задач, связанных с расчетом параметров, необходимых для принятия решений в области оценки финансового состояния организации, кредитоспособности заемщиков, страхования рисков, инвестиционной привлекательности активов

- навыками формулировки и обоснования предложений по совершенствованию управленческих решений в сфере финансовой деятельности предприятий

2. Методические указания для практических занятий

Занятия 1-2. Построение математической модели.

Графический метод решения ЗЛП

1. Хозяйство имеет возможность приобрести не более 19 трехтонных автомашин и не более 17 пятитонных. Отпускная цена трехтонного грузовика - 4000 руб., пятитонного - 5000 руб.

Хозяйство может выделить для приобретения автомашин 141 тысяч рублей. Сколько нужно приобрести автомашин, чтобы их суммарная грузоподъемность была максимальной?

2. На фабрике для производства двух видов продукции используются три вида сырья. Оно имеется на фабрике в следующих количествах: 13 ед. вида А, 9 ед. вида В и 8 ед. вида С. На производство первого вида продукции надо израсходовать (2;0;2) ед. указанных видов сырья, а для второго вида продукции эти показатели равны (2;3;0) (ноль означает, что данное сырье не требуется для производства данного вида продукции). Прибыль, получаемая фабрикой от реализации первого вида продукции, равна 3 у.е., а от реализации единицы продукции второго вида равна 4 у.е. требуется спланировать работу фабрики так, чтобы обеспечить наибольшую прибыль.

3. Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$$x - 2y \rightarrow \min, \max$$

$$\begin{cases} 5x + 3y \geq 30, \\ x - y \leq 3, \\ -3x + 5y \leq 15, \end{cases}$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

4. Среди чисел x и y , удовлетворяющих условиям

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ x + y \leq 1, \\ x - 4y \geq -2, \end{cases}$$

найти такие, при которых разность этих чисел $y - x$ принимает наибольшее значение.

5. Решить графическим методом ЗЛП, заданную указанной $F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max$, целью.

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

6. Решите графически следующие задачи линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7. Решить графическим методом

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 30, \\ 5x_1 - x_2 \leq 25, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Ответы

1. 14 трехтонных грузовиков и 17 пятитонных, $z = 127$ **2.** $X = (3,5; 3)$, $z = 22.5$ **3.** $F_{\min} = F(15;12) = -9$, $F_{\max} = F(39/8;15/8) = 9/8$ **4.** $f_{\max} = f(-2,0) = 2$ **5.** $F_{\max} = F(3;-4) = 10$ **6.** $F_{\max} = 6$ (множество оптимальных решений) **7.** Неограничена

Занятия 3-4. Двойственная ЗЛП

1. Для производства четырёх видов изделий А, В, С и D предприятие использует два вида сырья. Нормы расхода сырья каждого вида на изготовление единицы продукции каждого вида представлены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода				Кол-во сырья
	А	В	С	Д	
І	2	2	2	2	16
ІІ	2	1	1	0	10
Прибыль	16	17	17	6	

Изделия А, В, С и D могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен). Требуется составить план выпуска продукции, при котором сырьё будет использовано по максимуму. Определить минимальную гарантированную прибыль при этих условиях.

2. Решив графически двойственную задачу, найти решение исходной задачи.

$$-2x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 + 2x_6 \leq -12,$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 - x_5 \leq -9,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0,$$

$$-13x_1 - 7x_2 - 10x_3 - 8x_4 - 5x_5 \rightarrow \max.$$

Ответы

1. $W_{\max}(3;5)=Z_{\min}(5;0;0;3)=98$

2. $W_{\min}(1;3)=Z_{\max}(0;2;0;0;5;0)=-39$

Занятия 5-6. Симплекс-метод

1. Предприятие выпускает продукцию двух разновидностей. Каждый вид продукции проходит обработку на трёх станках. При обработке 1 т продукции I вида первый станок используется 0 ч, второй станок – 1 ч, третий станок – 1 ч. При обработке 1 т продукции II вида первый станок используется 1 ч, второй станок – 4 ч, третий станок – 1 ч. Время работы станков ограничено и не может превышать для первого станка 7 ч, для второго 29 ч, для

третьего 11 ч. При реализации 1 т продукции I вида предприятие получает прибыль 2 руб., а при реализации 1 т продукции II вида – 5 руб. Найти оптимальный план выпуска продукции каждого вида, дающий максимальную прибыль от реализации всей продукции.

2. Компания производит полки для ванных комнат двух размеров – А и В. Агенты по продаже считают, что в неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа А требуется 2 м² материала, а для полки типа В – 3 м² материала. Компания может получить до 1200 м² материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин машинного времени, а для изготовления одной полки типа В – 30 мин; машину можно использовать 160 час в неделю. Если прибыль от продажи полок типа А составляет 3 денежных единицы, а от полок типа В – 4 ден. ед., то сколько полок каждого типа следует выпускать в неделю для получения наибольшей прибыли?

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-

методом. $f = 2X_1 + X_2 - 2X_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

4. Решить задачу линейного программирования

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 \geq 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3.$$

Ответы

1. $f \max = f(5;6) = 40$ **2.** $f \max(450;100) = 1750$ **3.** Неограничена

4. $Z \min(0;0;4) = 4$

Занятия 7-8. Решение задач линейного программирования с экономическим анализом

1. Предприятие производит 3 вида продукции: A1, A2, A3, используя сырьё двух типов. Известны затраты сырья каждого типа на единицу продукции, запасы сырья на планируемый период, а также прибыль от единицы продукции каждого вида.

Сырьё	Затраты сырья на единицу продукции			Запас сырья
	A1	A2	A3	
I	3.5	7	4.2	1400
II	4	5	8	2000
Прибыль от ед. прод.	1	3	3	

- 1) Сколько изделий каждого вида необходимо произвести, чтобы получить максимум прибыли?
- 2) Определить статус каждого вида сырья и его удельную ценность.
- 3) Определить максимальный интервал изменения запасов каждого вида сырья, в пределах которого структура оптимального плана, т.е. номенклатура выпуска, не изменится.
- 4) Определить количество выпускаемой продукции и прибыль от выпуска при увеличении запаса одного из дефицитных видов сырья до максимально возможной (в пределах данной номенклатуры выпуска) величины.
- 5) Определить интервалы изменения прибыли от единицы продукции каждого вида, при которых полученный оптимальный план не изменится.

2. Для производства двух видов изделий А и Б используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А оборудование первого типа используется $a_1=4$ часов, оборудование второго типа $a_2=8$ часов, а оборудование третьего типа $a_3=9$ часов. На производство единицы изделия Б оборудование первого типа используется $b_1=7$ часов, оборудование второго типа $b_2=3$ часов, а оборудование третьего

типа $t_3=5$ часов.

На изготовление этих изделий оборудование первого типа может работать не более чем $t_1=49$ часов, оборудование второго типа не более чем $t_2=51$ часов, оборудование третьего типа не более чем $t_3=45$ часов.

Прибыль от реализации единицы готового изделия А составляет 6 рублей, а изделия Б – 5 рублей.

Составить план производства изделий А и Б, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

Ответы

1. $f_{\max} = f(0;80;200) = 840$ 2. $f_{\max} = f(70/43;261/43) = 1725/43$

Занятия 9-10. Транспортная задача

1. Из трех холодильников $A_i, i=1..3$, вмещающих мороженную рыбу в количествах $a_i=320; 280; 250$ т, необходимо последнюю доставить в пять магазинов $B_j, j=1..5$ в количествах $b_j=150; 140; 110; 230; 220$ т. Стоимости перевозки 1т рыбы из холодильника A_i в магазин B_j заданы в виде матрицы $C_{ij}, 3 \times 5$.

$$C = \begin{pmatrix} 20 & 23 & 20 & 15 & 24 \\ 29 & 15 & 16 & 19 & 29 \\ 6 & 11 & 10 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Построить математическую модель задачи и спланировать перевозки так, чтобы их общая стоимость была минимальной.

2. Построить закрытую модель транспортной задачи.

$$a = (15, 25, 10),$$

$$b = (2, 20, 18)$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 8 & 12 & 2 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Ответы

$$1. 11770 \begin{pmatrix} 120 & 0 & 0 & 200 & 0 \\ 0 & 140 & 110 & 30 & 0 \\ 30 & 0 & 0 & 0 & 220 \end{pmatrix} \quad 2. 120 \begin{pmatrix} 2 & 10 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 18 & 7 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Занятия 11-12. Транспортная задача

1. В резерве трех железнодорожных станций А, В, С находятся соответственно 60, 80, 100 вагонов. Составить оптимальный план перегона этих вагонов к четырем пунктам погрузки хлеба, если пункту 1 необходимо 40 вагонов, пункту 2 – 60 вагонов, пункту 3 – 80 вагонов и пункту 4 – 60 вагонов. Стоимости перегонов одного вагона со станции А в указанные пункты соответственно равны 1, 2, 3, 4 д.е., со станции В – 4, 3, 2 и 1 д.е., со станции С – 1, 2, 2, 1 д.е.

2. На складах А, В, С находится сортовое зерно 100, 150, 250 т., которое нужно доставить в четыре пункта. Пункту 1 необходимо поставить 50 т., пункту 2 – 100 т., пункту 3 – 200 т., пункту 4 – 150 т. сортового зерна. Стоимость доставки 1 т. зерна со склада А в указанные пункты соответственно равна (д. е.) 80, 30, 50, 20; со склада В – 40, 10, 60, 70; со склада С – 10, 90, 40, 30. Составьте оптимальный план перевозки зерна из условия минимума стоимости перевозки.

3. Строительный песок добывается в трех карьерах и доставляется на четыре строительных площадки. Производительность карьеров за день составляет соответственно 45т, 35т, 40т. Потребности в песке строительных площадок составляют соответственно 30т, 40т, 20т, 50т. Транспортные расходы определены матрицей

$$\begin{pmatrix} 4325 \\ 1164 \\ 3564 \end{pmatrix}.$$

Определить план закрепления строительных площадок за карьерами, обеспечивающий минимальные расходы.

4. Промышленный концерн имеет два завода и пять складов в различных регионах страны. Каждый месяц первый завод производит 40 ед. продукции, а второй – 70 ед. продукции. Вся продукция, произведенная заводами, должна быть направлена на склады. Вместимость первого склада равна 20 ед. продукции, второго – 30, третьего – 15, четвертого – 27, пятого – 28 ед. продукции. Издержки транспортировки продукции от завода до склада заданы матрицей $\begin{pmatrix} 250 & 480 & 650 & 500 & 720 \\ 450 & 525 & 630 & 560 & 750 \end{pmatrix}$.

Распределите план перевозок из условия минимизации ежемесячных расходов на транспортировку.

Ответы

$$1. 380 \begin{pmatrix} 0 & 60 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 \\ 40 & 0 & 0 & 60 \end{pmatrix} \quad 2. 14000 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 100 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 150 & 50 \end{pmatrix}$$

$$3. 300 \begin{pmatrix} 0 & 25 & 20 & 0 \\ 20 & 15 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \quad 4. 57620 \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 30 & 15 & 7 & 18 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа по теме «Транспортная задача»

Задача

Туристической фирме необходимо разместить три группы туристов T_1 , T_2 , T_3 количеством $60+k$, $120+k$ и $100+k$ человек соответственно, прибывших в аэропорты, по четырем

гостиницам Г₁, Г₂, Г₃ Г₄. Стоимость перевозки одного туриста и количество свободных номеров в отелях указаны в таблице:

Группы	Кол-во туристов	Стоимость трансфера одного туриста из аэропорта в отель			
		Г ₁	Г ₂	Г ₃	Г ₄
Т ₁	60+k	1	2	5	3
Т ₂	120+k	1	6	5	2
Т ₃	100+k	6	3	7	4
Кол-во свободных мест в отеле		20+ k	110+k	40+k	110

Составить план перевозок туристов из аэропортов в гостиницы, который обеспечит минимальные транспортные издержки при условиях размещения всех туристов и заполнения всех свободных мест в гостиницах.

Примечание: Число k определяет преподаватель для каждого студента индивидуально.

Занятия 13-15. Целочисленные ЗЛП

1. Найдите графическим методом и методом Гомори оптимальное целочисленное решение задачи линейного программирования, если она задана следующей математической моделью

$$L(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_{1,2} \in \mathbb{Z}^+. \end{cases}$$

2. Решите задачу методом Гомори

$$\max Z = x_1 + 2x_2,$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \leq 21, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{ целые.} \end{cases}$$

3. Найти оптимальное решение задачи целочисленного линейного программирования

$$Z = 11x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 11, \\ 2x_1 + x_3 \leq 5, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

x_1, x_2, x_3 – целые числа.

4. Для задачи линейного программирования

1. Найти целочисленное решение.

2. Составить двойственную задачу и решить её без условия целочисленности.

3. По теоремам двойственности проверить связь нецелочисленных решений прямой и двойственной задачи.

$$Z(x) = 3x_1 - x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1 - 3x_3 \leq 3 \\ x_i \geq 0, x_i - \text{целые} \end{cases}$$

5. Фирма занимается производством корпусной мебели и выпускает два вида книжных полок: А и В. В первом цехе осуществляется распил ламинированных древесно-стружечных плит (ЛДСП) и сборка каркаса, во втором – остекление полок. Затраты времени в каждом цехе и расход материала на изготовление одной книжной полки, а также прибыль от реализации единицы продукции указаны в таблице.

Показатель	Полки типа А	Полки типа В
Расход ЛДСП на 1 ед, м ²	2	3
Затраты времени в I цехе на 1 ед., ч	2.7	3
Затраты времени во II цехе на 1 ед., ч	1	1.2
Прибыль на 1 ед., у.е.	160	210

Месячный фонд времени, отведенный на изготовление полок, для первого цеха составляет 780 ч., для второго – 324 ч., максимально возможный объем расхода ЛДСП в месяц – 720 м².

Определите месячный план выпуска продукции, при котором прибыль будет максимальной.

Ответы

1. $L_{\max}(1;1)=4$ 2. $Z_{\max}(1;2)=5$ 3. $Z_{\max}(2;2;0)=32$ 4. $Z_{\max}(4/3;1/3;0)=11\frac{1}{3}$ 5. $F_{\max}(84;184)=52080$

3. Домашняя контрольная работа

В контрольной работе требуется решить задачи №1 и №2, номер задачи совпадает с номером студента по списку группы (можно узнать у преподавателя или старосты).

Задача №1.

Решить симплексным методом, контролируя вычисления.

$$1. \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 17, \\ -2x_2 &\leq -3, \end{aligned}$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2,$$

$$-x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -11,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-x_1 - 8x_2 \rightarrow \max.$$

$$2. \quad x_2 - x_3 \leq 8,$$

$$-2x_1 - x_2 \leq -15,$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_3 \leq 8,$$

$$x_2 - 2x_3 \leq 5,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-8x_1 - 13x_3 \rightarrow \max.$$

$$3. \quad -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq -6,$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \geq -14,$$

$$-x_1 - x_2 + x_3 \leq 5,$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 \leq 11,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-x_1 + 8x_2 \rightarrow \max.$$

$$4. \quad -2x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -3,$$

$$-x_1 + x_3 \geq 1,$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8,$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$6x_1 + 8x_2 - x_3 \rightarrow \max.$$

$$5. \quad 2x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -1,$$

$$x_2 - 2x_3 \leq 5,$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 7,$$

$$-2x_2 \geq -6,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$3x_1 + x_3 \rightarrow \min.$$

$$6. \quad x_1 + x_2 - x_3 \leq 9,$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 9,$$

$$-x_1 + 2x_3 \leq -5,$$

$$-x_2 + x_3 \leq -1,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-5x_1 - 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max.$$

$$7. \quad -x_1 - 2x_2 \leq -2,$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6,$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8,$$

$$-x_2 + x_3 \geq 3,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-18x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$$

$$8. \quad -x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 14,$$

$$x_1 - x_3 \geq -5,$$

$$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 2,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 27,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-7x_1 + 4x_2 - 10x_3 \rightarrow \max.$$

$$9. \quad x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -1,$$

$$2x_1 \leq 8,$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 \leq 5,$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq -2,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$14x_1 - 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$$

$$10. \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 8,$$

$$-x_1 - 2x_3 \leq -3,$$

$$2x_2 - x_3 \leq -2,$$

$$-x_1 + 2x_3 \leq 2,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$4x_1 + 5x_3 \rightarrow \min.$$

$$11. \quad -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 0,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 4,$$

$$x_1 - x_3 \leq -1,$$

$$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 0,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \max.$$

$$12. \quad x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -1,$$

$$-x_1 - x_2 \leq -8,$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -2,$$

$$-x_1 - 2x_2 - x_3 \geq -13,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-6x_1 + 2x_3 \rightarrow \max.$$

$$13. \quad -x_1 - 2x_2 \geq -10,$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1,$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -8,$$

$$-x_1 - x_2 \geq -5,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 \rightarrow \max.$$

$$14. \quad 2x_3 \leq 4,$$

$$-x_1 - x_2 \leq -4,$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 0,$$

$$-x_1 - x_2 \leq -2,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-2x_1 - x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$$

$$15. \quad -2x_2 + x_3 \leq -4,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5,$$

$$-2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 7,$$

$$-x_2 + x_3 \geq -4,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$8x_1 + x_2 - 8x_3 \rightarrow \max.$$

$$16. \quad \begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\geq 5, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq -3, \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 \geq 3,$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 \leq -1,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-11x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max.$$

$$17. \quad \begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 0, \\ -2x_1 - 2x_2 - x_3 &\leq -10, \end{aligned}$$

$$x_2 - x_3 \leq 3,$$

$$2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -1,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-8x_1 - 7x_2 - 8x_3 \rightarrow \max.$$

$$18. \quad \begin{aligned} -x_2 + x_3 &\leq -1, \\ 2x_1 + x_2 &\leq 5, \end{aligned}$$

$$-x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 3,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 18,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max.$$

$$19. \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 6, \\ x_1 - 2x_3 &\leq 3, \end{aligned}$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4,$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 0,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$2x_1 + 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$$

$$20. \quad \begin{aligned} -x_1 - 2x_2 &\geq -10, \\ 2x_2 - x_3 &\geq 9, \end{aligned}$$

$$-x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 7,$$

$$x_1 - x_3 \leq 0,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-x_1 + 15x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$$

$$21. \quad \begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - x_3 &\leq 5, \\ -x_1 + x_3 &\leq 1, \end{aligned}$$

$$-x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -5,$$

$$2x_2 - x_3 \geq 3,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$11x_1 + 8x_2 + x_3 \rightarrow \min.$$

$$22. \quad \begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 3, \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 &\leq -6, \end{aligned}$$

$$-x_1 + x_3 \geq 2,$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$-4x_1 - 6x_2 \rightarrow \max.$$

23.
$$\begin{aligned} -x_2 + 2x_3 &\leq 1, \\ -x_1 - 2x_2 &\geq -2, \\ -2x_2 + x_3 &\geq -1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &\geq 1, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ x_2 + 6x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
24.
$$\begin{aligned} x_1 - x_3 &\geq 1, \\ x_1 + 2x_2 &\leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\geq 1, \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 &\leq 0, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
25.
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - x_3 &\leq 9, \\ 2x_2 - x_3 &\geq 4, \\ -2x_1 + x_3 &\leq -4, \\ -x_1 - 2x_2 &\leq -8, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ -2x_1 - 14x_2 + 2x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
26.
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 0, \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 &\leq -12, \\ 2x_2 &\geq 8, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 &\geq 0, \end{aligned}$$
27.
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 15, \\ -x_2 + 2x_3 &\leq -2, \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\geq 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\geq 20, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ -2x_1 - 14x_2 - 4x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
28.
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &\geq 9, \\ -x_2 + x_3 &\geq 3, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 0, \\ x_1 - 2x_3 &\leq -1, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ -8x_1 + 2x_2 + 7x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
29.
$$\begin{aligned} -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 &\leq -5, \\ -x_1 + x_3 &\leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\leq -9, \\ -2x_1 - x_2 - x_3 &\geq -6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \\ -9x_1 + 3x_2 - 3x_3 &\rightarrow \max. \end{aligned}$$
30.
$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &\leq -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &\geq -2, \\ -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 6, \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 \geq 6,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$\mathbf{5} \, x_1 + \mathbf{3} \, x_2 + \mathbf{4} \, x_3 \rightarrow \mathbf{min}$$

Задача №2.

Решить транспортную задачу, начиная методом северо-западного угла.

1. $a_1 = 20, a_2 = 18, a_3 = 22, a_4 = 22,$

$b_1 = 15, b_2 = 36, b_3 = 3.$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 \\ 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 6 \\ 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

2. $a_1 = 5, a_2 = 34, a_3 = 5,$

$b_1 = 6, b_2 = 34, b_3 = 15, b_4 = 17.$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

3. $a_1 = 20, a_2 = 18, a_3 = 22, a_4 = 22,$

$b_1 = 15, b_2 = 36, b_3 = 3.$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. $a_1 = 30, a_2 = 34, a_3 = 7, a_4 = 8,$

$b_1 = 25, b_2 = 26, b_3 = 6.$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 7 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 6 \\ 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. $a_1 = 13$, $a_2 = 4$, $a_3 = 28$,

$b_1 = 21$, $b_2 = 2$, $b_3 = 6$, $b_4 = 34$.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 5 & 8 \\ 4 & 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. $a_1 = 18$, $a_2 = 34$, $a_3 = 18$,

$b_1 = 30$, $b_2 = 13$, $b_3 = 11$, $b_4 = 37$.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 3 & 3 \\ 9 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

7. $a_1 = 4$, $a_2 = 23$, $a_3 = 13$,

$b_1 = 14$, $b_2 = 27$, $b_3 = 4$, $b_4 = 13$.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

8. $a_1 = 19$, $a_2 = 15$, $a_3 = 35$, $a_4 = 21$,

$b_1 = 24$, $b_2 = 15$, $b_3 = 27$.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

9. $a_1 = 7, a_2 = 9, a_3 = 7,$

$b_1 = 8, b_2 = 19, b_3 = 11, b_4 = 19.$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. $a_1 = 17, a_2 = 12, a_3 = 7, a_4 = 23,$

$b_1 = 12, b_2 = 17, b_3 = 2.$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 8 \\ 7 & 7 & 6 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

11. $a_1 = 17, a_2 = 26, a_3 = 14, a_4 = 6,$

$b_1 = 7, b_2 = 22, b_3 = 14.$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

12. $a_1 = 12, a_2 = 3, a_3 = 24, a_4 = 30,$

$b_1 = 17, b_2 = 12, b_3 = 17.$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \\ 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

13. $a_1 = 29$, $a_2 = 18$, $a_3 = 19$,

$b_1 = 31$, $b_2 = 25$, $b_3 = 2$, $b_4 = 23$.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

14. $a_1 = 7$, $a_2 = 16$, $a_3 = 23$, $a_4 = 20$,

$b_1 = 32$, $b_2 = 14$, $b_3 = 32$.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

15. $a_1 = 12$, $a_2 = 19$, $a_3 = 45$,

$b_1 = 30$, $b_2 = 5$, $b_3 = 33$, $b_4 = 26$.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

16. $a_1 = 9$, $a_2 = 25$, $a_3 = 12$,

$b_1 = 20$, $b_2 = 4$, $b_3 = 18$, $b_4 = 16$.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 7 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

17. $a_1 = 34, a_2 = 7, a_3 = 29,$

$b_1 = 12, b_2 = 26, b_3 = 16, b_4 = 39.$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

18. $a_1 = 12, a_2 = 44, a_3 = 1,$

$b_1 = 12, b_2 = 22, b_3 = 16, b_4 = 10.$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

19. $a_1 = 4, a_2 = 8, a_3 = 14,$

$b_1 = 6, b_2 = 14, b_3 = 14, b_4 = 10.$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

20. $a_1 = 28, a_2 = 43, a_3 = 9,$

$b_1 = 17, b_2 = 31, b_3 = 16, b_4 = 17.$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$21. a_1 = 6, a_2 = 11, a_3 = 33, a_4 = 23,$$

$$b_1 = 7, b_2 = 13, b_3 = 18.$$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$22. a_1 = 17, a_2 = 24, a_3 = 8,$$

$$b_1 = 10, b_2 = 22, b_3 = 14, b_4 = 12.$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 2 \\ 7 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$23. a_1 = 20, a_2 = 8, a_3 = 6,$$

$$b_1 = 8, b_2 = 34, b_3 = 6, b_4 = 4.$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$24. a_1 = 12, a_2 = 12, a_3 = 25, a_4 = 21,$$

$$b_1 = 16, b_2 = 18, b_3 = 30.$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 8 \\ 2 & 8 & 5 \\ 2 & 8 & 6 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$25. a_1 = 21, a_2 = 20, a_3 = 2,$$

$$b_1 = \mathbf{5}, b_2 = \mathbf{37}, b_3 = \mathbf{18}, b_4 = \mathbf{1}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{26.} \ a_1 = \mathbf{23}, a_2 = \mathbf{53}, a_3 = \mathbf{9}, a_4 = \mathbf{3},$$

$$b_1 = \mathbf{15}, b_2 = \mathbf{30}, b_3 = \mathbf{18}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 8 & 4 & 4 \\ 7 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{27.} \ a_1 = \mathbf{8}, a_2 = \mathbf{6}, a_3 = \mathbf{25}, a_4 = \mathbf{7},$$

$$b_1 = \mathbf{2}, b_2 = \mathbf{8}, b_3 = \mathbf{13}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 6 \\ 3 & 5 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{28.} \ a_1 = \mathbf{19}, a_2 = \mathbf{19}, a_3 = \mathbf{20}, a_4 = \mathbf{13},$$

$$b_1 = \mathbf{9}, b_2 = \mathbf{36}, b_3 = \mathbf{15}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 2 \\ 2 & 9 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{29.} \ a_1 = \mathbf{9}, a_2 = \mathbf{20}, a_3 = \mathbf{3}, a_4 = \mathbf{6},$$

$$b_1 = \mathbf{14}, b_2 = \mathbf{3}, b_3 = \mathbf{5}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 8 & 5 & 3 \\ 8 & 8 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

30. $a_1 = 29, a_2 = 36, a_3 = 2, a_4 = 32,$

$b_1 = 19, b_2 = 49, b_3 = 17.$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Тестовые задания для проверки остаточных знаний **Тестовое задание 1.**

Дана задача линейного программирования.

$$x_1 + 2x_2 \leq 10,$$

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$x_1 \leq 5,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0,$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

Сформулированная в таком виде она является:

- а) нелинейной
- б) основной
- в) канонической
- г) стандартной

Тестовое задание 2.

Бюджетное множество задано системой неравенств

$$x_1 + 2x_2 \leq 10,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0,$$

Как распределятся денежные средства, если потребитель приобретет товары в количествах $x_1=5$ и $x_2=2$?

- а) останется 1
- б) потратит средства без остатка
- в) будет должен 10
- г) останется 10

Тестовое задание 3. Дана транспортная задача.

Предложение $a_1=200$, $a_2=x$, $a_3=170$.

Спрос $b_1=380$, $b_2=210$.

При каком значении переменной x задача будет закрытой?

- а) 220
- б) 0
- в) 100
- г) 11

Тестовое задание 4. Математическая модель конфликтной ситуации называется

- а) задачей линейного программирования
- б) стратегией
- в) войной
- г) игрой

Тестовое задание 5. В случае, если цена на товар снижается, как правило, спрос на этот товар

- а) остается неизменным
- б) растет
- в) снижается
- г) колеблется

Правильные ответы:

1	2	3	4	5
г	а	а	г	б

5. Список основной литературы

1. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва: Вузовский учебник: Инфра-М, 2019. - 389 с. - ISBN 978-5-9558-0208-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021491> - Режим доступа: по подписке.

2. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум: учебное пособие / В.Ф. Колпаков. - Москва: ИНФРА-М, 2018. - 396 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - www.dx.doi.org/10.12737/24417. - ISBN 978-5-16-010967-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/975797>

3. Математическое моделирование и проектирование: учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин; под ред. А.С. Коломейченко. - Москва: ИНФРА-М, 2018. - 181 с. - (Высшее образование: Магистратура). - www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286. - ISBN 978-5-16-105985-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/884599>

Экономико-математическое моделирование: методические указания по проведению практических занятий, самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольной работы

Составитель Грунина Мария Викторовна

Подписано к печати “__” _____ 2022 г. Формат 84×108/32
Объем 1,4 уч.-изд.л. Тираж 100 экз.

Издательский центр НГАУ
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160