

ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

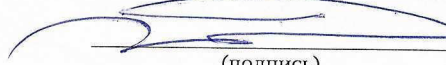
Кафедра математики и физики

Рег. № ПЧ.03-12
«05» 10 2022 г.

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры

Протокол от «17» 09 2022 г. № 2
Заведующий кафедрой математики и физики

 В.Н. Бабин
(подпись)

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Б1.О.12. Теория вероятности и математическая статистика

Шифр и наименование дисциплины

09.03.03 Прикладная информатика

Код и наименование направления подготовки

Прикладная информатика

Направленность (профиль)

Новосибирск 2022

Паспорт фонда оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы и задания. Контрольная работа
2	Одномерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы и задания. Контрольная работа
3	Двумерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы и задания. Контрольная работа
4	Основные задачи и понятия математической статистики	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы
5	Оценки параметров распределения	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы и задания. Контрольная работа
6	Элементы теории корреляционного анализа и проверки гипотез	УК-1, ОПК-1	Контрольные вопросы и задания. Контрольная работа
	Зачет, экзамен	УК-1, ОПК-1	Вопросы к зачету, вопросы к экзамену

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ

1. Описание оценочных средств по разделам (темам) дисциплины

Раздел 1: Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Что такое случайный эксперимент?
2. Сформулируйте определение ПЭИ и случайного события.
3. Какие операции над событиями вы знаете?
4. Какие события называются несовместными (попарно несовместными)?
5. Дайте определение полной группы событий.
6. Какое ПЭИ называют дискретным?
5. Как определяется вероятность на дискретном ПЭИ?
7. Перечислите основные свойства вероятности.
8. Сформулируйте и запишите теорему сложения вероятностей для совместных событий.
9. Какие определения вероятности случайного события вы знаете?
10. Дайте классическое определение вероятности случайного события.
11. Сформулируйте основные правила комбинаторики?
12. Какие схемы выбора вы знаете? Сколькими способами можно осуществить выбор в каждой из этих схем?
13. Дайте определение геометрической вероятности.
14. Что такое статистическая устойчивость? Дайте статистическое определение вероятности случайного события.
15. Дайте определение условной вероятности.
16. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
17. Какие события называют независимыми (независимыми в совокупности)?
18. Запишите формулу полной вероятности и формулу Байеса.
19. Дайте определение схемы Бернулли.
20. Запишите формулу Бернулли.
21. Сформулируйте теорему Пуассона.
22. Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа.
23. Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Контрольные задания (на примере билета №0):

1. Предприятие выпускает 25 наименований продукции. Сколько существует способов выбрать 3 различных наименования продукции для презентации на выставке?
2. Образуют ли полную группу событий следующие события: испытание: два выстрела по мишени, события: D1 – хотя бы одно попадание, D2 – хотя бы один промах.
3. Первого сентября на одном из учебных потоков экономического факультета по расписанию должно быть три занятия по разным предметам. Всего на потоке в этом семестре изучается 10 предметов. Студент, не успевший ознакомиться с

расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха этого опыта, если считать, что любое расписание из трех предметов равновероятно?

4. Партия из 10 телевизоров содержит 3 неисправных телевизора. Из этой партии выбираются наугад 2 телевизора. Найти вероятность того, что оба они будут неисправными.

5. Потребитель может увидеть рекламу определенного товара по телевидению (событие A), на рекламном стенде (событие B) и прочесть в газете (событие C). Что означает событие $(A + B) \cdot \bar{C}$?

6. Опыт состоит в том, что стрелок производит 3 выстрела по мишени. Событие A_k – попадание в мишень при k -ом выстреле ($k = 1, 2, 3$). Выберите правильное выражение для обозначения события «хотя бы одно попадание в цель».

7. Из множества семей, имеющих двух детей, выбрана одна семья. Если принять, что вероятности рождения мальчиков и девочек равны, то какова вероятность того, что в этой семье два мальчика, если известно, что в ней есть один мальчик?

8. Три стрелка выстрелили по мишени по одному разу. Вероятность попадания для них 0,9; 0,8 и 0,7 соответственно. Найти вероятность, что мишень поражена не более одного раза.

9. Студент подготовил к экзамену 30 из 40 вопросов. На экзамене ему выдают два обязательных вопроса. Если он ответит на них, ему выдают два дополнительных вопроса, из которых для сдачи экзамена необходимо ответить хотя бы на один. Найти вероятность, что студент сдаст экзамен.

10. В двух урнах по три белых и по семь черных шаров. Из первой во вторую наугад перекладывается шар, после чего из второй случайно извлекается шар. Какова вероятность того, что он белый? Из второй урны извлечен белый шар, какова вероятность что из первой был переложен во вторую белый шар?

11. Вероятность того, что в течение рабочего дня произойдет сбой в поставке сырья на производство, равна 0,8. Определить вероятности того, что в течение рабочей недели (5 дней): а) три рабочих дня не будет сбоя в поставке сырья; б) сбой в поставках будет в трех рабочих днях; в) сбой будет менее чем в трех рабочих днях; г) сбой будет не более чем в одном рабочем дне; д) сбой в поставках не будет ни разу; е) сбой будет хотя бы в одном рабочем дне; ж) сбой будет не менее чем в одном и не более чем в трех рабочих днях.

12. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставной фонд свыше 100 млн. грн. Найти вероятность того, что из 1800 банков имеют уставной фонд свыше 100 млн. грн. А) не менее 300; б) от 300 до 400 включительно?

Раздел 2. Одномерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
2. Какие случайные величины называются дискретными? Приведите примеры.
3. Что такое закон распределения ДСВ? В каких формах он может быть представлен?

4. Дайте определение функции распределения. Запишите формулу
5. Перечислите основные свойства функции распределения.
6. Дайте определение независимости двух ДСВ.
7. Дайте определение независимости в совокупности ДСВ.
8. Дайте определение математического ожидания СВ. Перечислите его основные свойства.
9. Как вычисляется математическое ожидание ДСВ?
10. Дайте определение дисперсии СВ. Перечислите ее основные свойства.
11. Запишите различные формулы для вычисления дисперсии СВ.
12. Запишите различные формулы для вычисления дисперсии ДСВ.
13. Что такое среднеквадратическое отклонение?
14. Какие стандартные дискретные распределения вы знаете?
15. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по биномиальному закону?
16. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по закону Пуассона?
17. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющей геометрический закон распределения?
18. Какие случайные величины называются непрерывными? Приведите примеры.
19. Как можно задать закон распределения НСВ?
20. Какими свойствами обладает плотность распределения?
21. Как связаны функция распределения и плотность распределения?
22. Что такое элемент вероятности?
23. Дайте определение независимости двух НСВ.
24. Дайте определение математического ожидания НСВ.
25. Дайте определение дисперсии НСВ.
26. Запишите вычислительную формулу дисперсии НСВ.
27. Дайте определение моды, медианы и квантиля.
28. Сформулируйте определение начального момента k -го порядка и запишите его для ДСВ.
29. Сформулируйте определение центрального момента k -го порядка и запишите его для ДСВ.
30. Что характеризует коэффициент асимметрии?
31. Что характеризует эксцесс?
32. Какие стандартные непрерывные распределения вы знаете?
33. Изобразите кривую распределения для равномерного закона.
34. Изобразите кривую Гаусса.
35. Изобразите кривую распределения и график функции распределения для экспоненциального закона.
36. Запишите функцию Лапласа и перечислите ее основные свойства.
37. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, распределенной по нормальному закону?
38. Сформулируйте правило «трех сигм».
39. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющей равномерный закон распределения?

Контрольные задания (на примере билета №0):

1. Вероятность попадания в цель из орудия при первом выстреле равна 0,1; при втором 0,3; при третьем 0,5; при четвёртом 0,8. Производится 4 выстрела. X – число попаданий в цель. Найти закон распределения X и вероятность события $X > 3$.

2. Построить функцию распределения и полигон случайной величины X из предыдущей задачи. Найти математическое ожидание и дисперсию X .

3. Задана плотность распределения $f(x)$ нормально распределенной случайной величины X . Найти параметр A , $M(X)$, $D(X)$, вероятность события: $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{2}}$, $P(-3 < X < 0)$.

4. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ C \cdot \operatorname{tg} x, & x \in (0, \pi/4], \\ 1, & x > \pi/4. \end{cases}$$

Определить параметр C , найти плотность распределения, дисперсию и вероятность $P(-\pi/6 < X < \pi/6)$.

5. Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года 20% рабочих дней она была ниже 88 ден. ед., а 75% – выше 90 ден. ед. С надежностью 0.95 определить максимальное отклонение цены ценной бумаги от среднего (прогнозного) значения (по абсолютной величине).

6. Даны законы распределения двух независимых случайных величин:

X	3	4	5
	1/3	1/3	1/3

Y	1	2
q	1/2	1/2

X – выручка фирмы, Y – затраты, $Z = X - Y$ – прибыль. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z . Найти закон распределения случайной величины XY .

Раздел 3. Двумерные случайные величины и их распределения. Числовые характеристики распределений. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Дайте определение двумерной случайной величины.
2. Дайте определение дискретной двумерной СВ.
3. Запишите функцию распределения двумерной СВ и двумерной ДСВ.
4. Что такое матрица распределения двумерной ДСВ?
6. Что такое ковариация и коэффициент корреляции? Что они характеризуют?
7. Чему равно математическое ожидание произведения двух некоррелированных СВ?

8. Чему равна дисперсия суммы попарно некоррелированных (независимых) случайных величин?
9. Дайте определение условного распределения. Какие вы знаете его числовые характеристики?
10. Что такое регрессия? Что такое регрессионная зависимость?
11. Запишите неравенство Чебышева.
12. Дайте определение ЗБЧ в форме Чебышева.
13. Дайте определение ЗБЧ в форме Бернулли.
14. Сформулируйте центральную предельную теорему (теорема Ляпунова).

Контрольные задания (на примере билета №0):

1. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y) задан таблицей. Найти: 1) частные законы распределения случайных величин X и Y ; 2) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$; 3) дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$; 4) ковариацию $Cov(X, Y)$; 5) коэффициент корреляции r_{xy} ; 6) условный закон распределения случайной величины X при условии, что случайная величина Y принимает своё наименьшее значение; 7) $P(Y > X)$.
2. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу извлекают 2 шара. Случайная величина X – число белых шаров среди выбранных, Y – число черных шаров среди выбранных. Составить закон распределения случайного вектора (X, Y) .
3. Игральную кость подбрасывают два раза. Рассматривают две случайные величины: X – число выпадений единицы и Y – число выпадений шестерки. Составить закон распределения двумерной СВ (X, Y) и найти коэффициент корреляции.
4. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона – безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей региона будет в пределах от 9 до 11% включительно.

Раздел 4. Основные задачи и понятия математической статистики.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Что такое статистические данные?
2. Что такое генеральная совокупность (ГС)?
3. В чем суть выборочного метода?
4. Что такое выборочная совокупность или выборка (ВС)? Что такое объем ГС и ВС?
5. Что значит, что ВС репрезентативна?
6. Что такое случайная выборка (СВС)?
7. Что такое статистика?
8. Дайте определение вариационного ряда.
9. Дайте определение статистического ряда.
10. Дайте определение группированного статистического ряда.
11. Какие основные задачи решает математическая статистика?

12. Что называют законом распределения выборки?
13. Дайте определение выборочной (эмпирической) функции распределения.
14. Что такое относительная частота?
15. Что такое полигон относительных частот? Изобразите пример полигона.
16. Как строится гистограмма? О чем она дает представление?
17. Запишите формулу Стерджеса.
18. Какие характеристики называют выборочными?
19. Запишите формулу выборочного среднего.
20. Приведите две формулы для вычисления выборочной дисперсии.
21. Как связаны выборочная и исправленная выборочная дисперсия?
22. Что такое генеральное среднее, генеральная дисперсия и генеральная доля?
23. Какая статистика имеет распределение Пирсона?
24. Дайте определение критической точки распределения Пирсона.
25. Какая статистика имеет распределение Стьюдента?

Контрольные задания (на примере билета №0):

1. По заданным выборочным значениям некоторого признака ξ построить вариационный ряд, статистический ряд, группированный статистический ряд. По негруппированным данным найти выборочное среднее, исправленную выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить кумуляту (график накопленных частот) и гистограмму частот.
2. Дан статистический ряд. Найти выборочные характеристики (выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, выборочную моду, медиану, асимметрию, эксцесс). Построить эмпирическую функцию распределения и изобразить ее график, построить полигон частот.
3. Построить полигон относительных частот по таблице наблюдений:

x_i	2	4	5	7	10
w_i	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

4. Построить гистограмму и график накопленных частот по данному распределению выборки:

Номер интервала i	Частичный интервал	Число наблюдений, попавших в интервал, n_i
1	10–15	2
2	15–20	4
3	20–25	8
4	25–30	5
5	30–35	3

5. Пассажир, проходящий в случайные моменты времени на автобусную остановку, в течение 5 поездок фиксировал свое время ожидания автобуса: 5,1; 3,7; 1,2; 9,2; 4,8 (мин). Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
6. При измерении веса 10 шоколадных батончиков (в граммах) получены значения: 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 48,1; 50,1. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

7. При измерении веса 20 шоколадных батончиков (с номинальным весом 50 г) получены следующие значения (в граммах): 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1; 49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,9; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6. Найти выборочное среднее, выборочные дисперсии, средние квадратические отклонения, выборочную медиану, крайние члены вариационного ряда.

8. В таблице приведены сгруппированные данные о коэффициентах соотношения заемных и собственных средств на 100 малых предприятиях региона.

Номер интервала	Интервалы	Середины интервалов x_i	Число наблюдений n_i
1	5,05–5,15	5,1	5
2	5,15–5,25	5,2	8
3	5,25–5,35	5,3	12
4	5,35–5,45	5,4	20
5	5,45–5,55	5,5	26
6	5,55–5,65	5,6	15
7	5,65–5,75	5,7	10
8	5,75–5,85	5,8	4

Найти выборочное среднее, выборочные дисперсии, средние квадратические отклонения, выборочную моду и медиану.

9. Для определения себестоимости продукции было произведено выборочное обследование 25 предприятий пищевой промышленности и получены следующие результаты (руб.)

15,0; 16,4; 17,8; 18,0; 18,4; 19,2; 19,8; 20,2; 20,6; 20,6; 20,6; 21,3; 21,4; 21,7; 22,0; 22,2; 22,3; 22,7; 23,0; 24,2; 24,2; 25,1; 25,3; 26,0; 26,5; 27,1.

Требуется:

- 1) по негруппированным данным найти выборочную среднюю, исправленную выборочную дисперсию и среднее квадратическое отклонение;
- 2) составить интервальное распределение выборки с шагом $h = 2,5$, взяв за начало первого интервала $x_0 = 15$;
- 3) построить гистограмму частот.

Раздел 5. Оценки параметров распределения.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Что называют точечной оценкой параметра распределения?
2. Дайте определение смещенной и несмещенной оценки. Приведите примеры.
3. Дайте определение эффективной оценки. Приведите примеры.
4. Какие оценки называют состоятельными? Приведите примеры состоятельных оценок.
5. Какие методы нахождения точечных оценок вы знаете?
6. В чем суть метода моментов?
7. В чем состоит метод максимального правдоподобия?
8. Дайте определение доверительного интервала. О чем он дает представление?
9. Что такое уровень доверительной вероятности?
10. Что такое точность и надежность оценки?
11. Запишите доверительный интервал для генеральной средней при известной генеральной дисперсии в случае если ГС распределена нормально.
12. Запишите доверительный интервал для генеральной средней при неизвестной

генеральной дисперсии в случае если ГС распределена нормально.

13. Запишите доверительный интервал для генеральной дисперсии при неизвестном генеральном среднем в случае если ГС распределена нормально.

Контрольные задания:

1. Для определения себестоимости строительно-монтажных работ было произведено выборочное обследование 25 строительно-монтажных управлений и получены следующие результаты (тыс.руб.):

1250; 1450; 1550; 1700; 1760; 1820; 1880; 1960; 2100; 2175; 2190; 2200; 2220; 2275; 2280; 2310; 2400; 2550; 2580; 2600; 2670; 2800; 2950; 3000; 3075.

Требуется:

1) найти выборочную среднюю, исправленную выборочную дисперсию и σ – среднее квадратическое отклонение;

2) найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания признака X генеральной совокупности (генеральной средней), если признак X распределён по нормальному закону с найденным σ и известна γ – надёжность; $\gamma = 0,94$; $\sigma = 446$.

2. Найти доверительный интервал с надёжностью 0,95 для оценки неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочное среднее $\bar{x}^* = 14$ и объем выборки $n = 25$.

3. По данным выборки объема $n = 25$ найдено исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение $\tilde{\sigma}^* = 3$ нормально распределенной случайной величины X . Найти с надёжностью 0,99 доверительный интервал для оценки генерального среднего квадратического отклонения σ случайной величины X .

4.

Случайная величина ξ (число появлений события A в m независимых испытаниях) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром p . Ниже приведено эмпирическое распределение числа появлений события в 10 опытах по 5 испытаний в каждом (в первой строке указано число x_i появлений события A в одном опыте; во второй строке указана частота n_i – количество опытов, в которых наблюдалось столько появлений события A):

x_i	0	1	2	3	4
n_i	5	2	1	1	1

Найти методом моментов оценку параметра p биномиального распределения. Оценить вероятность $p_0 = P(\xi=0)$.

5.

Случайная величина ξ (отклонение размера изделия от номинала) подчинена нормальному закону распределения с неизвестными параметрами a и σ . Ниже приведена таблица наблюдаемых отклонений от номинала, подвергнутых группировке, для $n=200$ изделий. В первой строке указаны середины интервалов отклонений x_i (мм); во второй строке приведена частота n_i – число наблюдений, попадающих в данный интервал:

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

Найти методом моментов оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения. Оценить долю изделий с отклонением менее 1,5 мм в генеральной совокупности, используя нормальное приближение.

6.

Случайная величина ξ (число поврежденных стеклянных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ . Ниже приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах (в первой строке указано количество x_i поврежденных изделий в одном контейнере, во второй строке приведена частота n_i – число контейнеров, содержащих x_i поврежденных изделий):

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

Найти методом максимального правдоподобия оценку неизвестного параметра λ распределения Пуассона.

7.

Произведено 300 испытаний, в каждом из которых неизвестная вероятность p появления события A постоянна. Событие A появилось в 250 испытаниях. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность p с надежностью 0,95.

8. Оценить параметр p биномиального распределения по выборке:

X	0	1	2	4	5	6	7	9	10	11	12	14
n	4	6	13	25	39	45	33	18	9	5	2	1

9. Оценить параметры нормального распределения по выборке:

X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
n	7	15	31	49	68	70	65	46	29	13	5	1	1

10

По выборке объема $n=50$ найдена смещенная оценка $\hat{\sigma}^2=9,8$ теоретической дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

11.

Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины (по выборочному среднему \bar{x}) равна $\delta=0,2$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma=1,5$.

12.

Для отрасли составлена случайная выборка из 19 фирм. По выборке оказалось, что исправленное среднее квадратическое отклонение для числа работающих на фирме составляет $s=25$ (человек). Построить 90%-ный доверительный интервал для среднего квадратического отклонения числа работающих на фирме по всей отрасли.

Раздел 6. Элементы теории корреляционного анализа и проверки гипотез.

Контрольные вопросы для устного собеседования:

1. Дайте определение функциональной зависимости. Приведите пример.
2. Дайте определение статистической зависимости.
3. Дайте определение регрессионной зависимости.
4. Какая регрессия называется парной?
5. Что такое линейная регрессия?
6. Какова главная задача корреляционного анализа и как она решается?

7. Шкала Чеддока.
8. Что называют корреляционной таблицей? О чем она дает представление?
9. Запишите формулу для выборочного коэффициента корреляции. Что он показывает?
10. Запишите выборочное уравнение парной линейной регрессии Y на X .
11. Запишите формулу для выборочного коэффициента регрессии Y на X . Что он показывает?
12. Дайте определение статистической гипотезы.
13. Какую гипотезу называют основной, а какую альтернативной?
14. В чем состоит ошибка I рода?
15. В чем состоит ошибка II рода?
16. Что называют статистическим критерием? Что лежит в его основе?
17. Дайте определение критической области и области принятия решения.
18. Что такое уровень значимости?
19. Что называют мощностью критерия?
20. Какие критерии называют критериями согласия?
21. Какая статистика характеризует степень расхождения в критерии согласия Пирсона?

Контрольные задания:

1. Суточный надой молока X (л) от одной коровы задается статистическим рядом:

X	20	21	22	23	24	25	26
n_i	5	5	10	15	5	5	5

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,025$ проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с данным эмпирическим распределением выборки.

2. По заданной корреляционной таблице требуется: 1) в прямоугольной системе координат построить эмпирические линии регрессии Y на X и X на Y , сделать предположение о виде корреляционной связи; 2) оценить тесноту линейной корреляционной связи; 3) проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции, при уровне значимости $\alpha = 0.05$; 4) составить линейные уравнения регрессии Y на X и X на Y , построить их графики в одной системе координат; 5) используя полученное уравнение регрессии, оценить ожидаемое среднее значение признака Y при $x = x_0$. Дать экономическую интерпретацию результатов.

3.

В следующей таблице представлены данные о месячных доходах жителей региона (в тыс. руб.) для 1000 жителей:

x_i	<5	5–10	10–15	15–20	20–25	>25
n_i	58	96	239	328	147	132

На уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить гипотезу, что доходы жителей региона можно описать нормальным распределением.

4.

представлены средние цены на растительное масло и сахар-песок (в руб.) в 12 городах Центрального района России на июнь 1996 года

Город	Цена на масло	Цена на сахар
Брянск	7726	3410
Владимир	7880	3183
Иваново	6182	3209
Калуга	8237	3400
Кострома	8750	3600
Москва	11024	4418
Орел	8456	3634
Рязань	9172	4033
Смоленск	8320	3909
Тверь	7083	3416
Тула	8259	3486
Ярославль	7991	3938

Вычислить выборочный коэффициент корреляции между ценами на растительное масло и сахар. Проверить нулевую гипотезу на уровне значимости $\alpha=0,1$.

5. В корреляционной таблице дано распределение 80 снабженческо-сбытовых организаций по площади складских помещений X тыс.м² и объему реализации Y млн.руб. Найти условные средние. Оценить тесноту линейной корреляционной связи. Составить уравнения прямых регрессии Y на X и X на Y , дать экономическую интерпретацию результатов. Изобразить на чертеже условные средние и прямые регрессии.

$Y \backslash X$	30-70	70-110	110-150	150-190	190-230	n_i
8-16	2	3	1			6
16-24	3	4	5			12
24-32		8	16	12	1	37
32-40		1	8	3	4	16
40-48			1	2	6	9
n_j	5	16	31	17	11	$n = 80$

6. Дано распределение 10 студентов, проживающих в общежитии университета, по среднему баллу по результату предыдущей сессии X и числу часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку Y .

X	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Y	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Составить уравнение регрессии Y на X . Если студент занимается самостоятельно по 12 ч в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Критерии оценки результатов устного ответа обучающегося:

«Зачтено» – ставится в том случае, когда студент обнаруживает знание программного материала по дисциплине, допускает несущественные погрешности в ответе. Ответ самостоятелен, логически выстроен. Основные понятия употреблены правильно.

«Не зачтено» – ставится в том случае, когда студент демонстрирует пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, обнаруживает непонимание основного содержания теоретического материала или допускает ряд существенных ошибок и не может их исправить при наводящих вопросах преподавателя, затрудняется в ответах на вопросы. Ответ носит поверхностный характер; наблюдаются неточности в использовании научной терминологии.

2. Тематика контрольных работ

1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Схема Бернулли.
2. Случайные величины и их числовые характеристики
3. Характеристики выборки. Оценки параметров распределения.
4. Парная корреляция. Уравнение линейной регрессии. Проверка гипотезы о нормальном распределении.

Критерии оценивания результатов выполнения контрольных работ:

- оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;
- оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных пометок;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки, и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.
- во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

Вопросы к зачету

1. Виды событий.
2. Вероятностное пространство.
3. Невозможное и достоверное события.
4. Пространство элементарных исходов.
5. Классическое определение вероятности.
6. Принцип умножения.
7. Виды выборок. Комбинаторика.
8. Число перестановок (факториал).
9. Число сочетаний.
10. Число размещений.
11. Геометрическая вероятность.
12. Статистическое определение вероятности.
13. Сумма и произведение событий.
14. Условная вероятность. Зависимость событий.
15. Противоположные события. Совместность событий.
16. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
17. Полная группа событий.
18. Гипотезы. Формула полной вероятности.
19. Формула Байеса.
20. Повторные независимые испытания (схема Бернулли).
21. Формула Бернулли.
22. Формула Пуассона.
23. Теоремы Муавра-Лапласа.
24. Свойства нормированных функций Гаусса и Лапласа.
25. Наивероятнейшее число.
26. Дискретная случайная величина (ДСВ).
27. Закон распределения ДСВ.
28. Математическое ожидание и дисперсия ДСВ.
29. Биномиальное распределение (БР – схема «число успехов»).
- Математическое ожидание и дисперсия БР.
30. Геометрическое распределение (ГР – схема «до первого успеха»).
- Математическое ожидание и дисперсия ГР.
31. Непрерывная случайная величина (НСВ).
32. Плотность и функция распределения НСВ.
33. Математическое ожидание и дисперсия НСВ.
34. Нормальное распределение (НР). Математическое ожидание и дисперсия НР.
35. Равномерное распределение (РР). Математическое ожидание и дисперсия РР.
36. Показательное распределение (ПР). Математическое ожидание и дисперсия ПР.
37. Система двух случайных величин.
38. Функция распределения и плотность двумерной случайной величины.
39. Ковариация. Зависимость составляющих.
40. Корреляция. Коэффициент корреляции.

Критерии оценки:

Отметка «Зачтено» выставляется обучающемуся, который твердо усвоил программный материал, грамотно и по существу, без существенных неточностей отвечает на вопросы, владеет необходимыми навыками и приемами выполнения практических заданий.

Отметка «Не зачтено» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает принципиальные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Вопросы к экзамену

1. Основные задачи статистики.
2. Генеральная совокупность и выборка.
3. Генеральная совокупность и выборка.
4. Репрезентативность выборки.
5. Варианта. Вариационный ряд.
6. Интервальное распределение.
7. Статистическое распределение.
8. Методы группировки данных. Гистограмма и полигон.
9. Теоретическая и эмпирическая функция распределения.
10. Мода. Медиана. Квантиль порядка p .
11. Среднее арифметическое.
12. Среднее геометрическое.
13. Среднее квадратическое. Выборочное среднее.
14. Выборочная дисперсия.
15. Точечные оценки параметров распределения.
16. Смещенные и несмещенные оценки.
17. Состоятельные оценки.
18. Критическая область.
19. Метод моментов.
20. Метод максимального правдоподобия.
21. Интервальные оценки параметров распределения.
22. Уровень доверительной вероятности.
23. Точность и надежность оценки.
24. Доверительный интервал для генеральной средней. Классическая формула.
25. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
26. Парная корреляция.
27. Диаграмма распределения.
28. Корреляционная таблица.
29. Коэффициент линейной корреляции.
30. Теснота корреляционной связи.
31. Шкала Чаддока.
32. Уравнение линейной регрессии.
33. Основная и альтернативная гипотезы.

- 34. Понятие критерия согласия.
- 35. Критерий согласия Пирсона.
- 36. Проверка гипотезы о нормальном распределении

Критерии оценки:

– отметка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

– отметка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

– отметка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, демонстрирует недостаточно систематизированы теоретические знания программного материала, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

– отметка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Задания для оценки уровня сформированности компетенции УК-1

Задание 1. Если события попарно несовместны и единственно возможны, то они:

- а) равновозможны
- б) независимы
- в) образуют полную группу
- г) достоверны

Ответ: в

Задание 2. Противоположными событиями являются:

- а) достоверное и невозможное
- б) выпадение нечетного числа очков и шестерки при бросании кубика
- в) сумма выпавших очков четна и сумма выпавших очков нечетна при бросании двух кубиков
- г) на неделе день без осадков среда и день без осадков пятница

Ответ: а

Задание 3. Пространство элементарных исходов включает события:

- а) единственно возможные
- б) независимые
- в) равновозможные
- г) условные

Ответ: а

Задание 4. Потребитель может увидеть рекламу определенного товара по телевидению (событие А), на рекламном стенде (событие В) и прочесть в газете (событие С). Что означает событие $A+B+C$?

- а) потребитель увидел все три вида рекламы
- б) потребитель не увидел ни одного вида рекламы
- в) потребитель увидел хотя бы один вид рекламы
- г) потребитель увидел ровно один вид рекламы

Ответ: в

Задание 5. Вероятность наступления хотя бы одного из двух совместных событий A и B вычисляется по формуле:

- а) $P(A+B) = P(A) + P(B)$
- б) $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$
- в) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- г) $P_B(A+B) = P_B(A) + P(B)$

Ответ: в

Задание 6. Условная вероятность $P_B(A)$ это:

- а) вероятность одновременного наступления событий А и В
- б) вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А уже произошло
- в) вероятность события А, вычисленная в предположении, что событие В уже произошло
- г) вероятность наступления по крайней мере одного из событий А и В

Ответ: в

Задание 7. Если $P(AB) = P(A)P(B)$, то события А и В:

- а) образуют полную группу
- б) совместны
- в) независимы
- г) противоположны

Ответ: в

Задание 8. Формула $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ – это:

- а) формула классической вероятности
- б) формула Бернулли
- в) формула Лапласа
- г) формула полной вероятности

Ответ: б

Задание 9. Дискретная случайная величина – это:

- а) случайная величина, принимающая несчетное множество значений
- б) случайная величина, принимающая только конечное множество значений
- в) случайная величина, принимающая не более чем счетное множество значений
- г) случайная величина, принимающая конечное счетное множество значений

Ответ: в

Задание 10. Формула для вычисления дисперсии случайной величины X имеет вид:

- а) $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$
- б) $D(X) = M(X) - (M(X))^2$
- в) $D(X) = M(X^2) - M(X)$
- г) $D(X) = M^2(X) - (M(X))^2$

Ответ: а

Задание 11. Математическое ожидание и дисперсия независимых случайных величин X и Y соответственно равны $M(X)=5$, $D(X)=2$, $M(Y)=4$, $D(Y)=1$.

Найти дисперсию $D(Z)$ случайной величины $Z = X + 2Y - 3$.

Ответ:

Задание 12. Случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	0	x_2	5
p_i	0.1	0.2	0.7

Найти значение x_2 , если $M(X) = 5.5$.

Ответ:

Задание 13. Случайная величина определяется плотностью

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + \frac{1}{3}, & x \in (0;1), \\ 0, & x \notin (0;1). \end{cases}$$

Найти параметр A , математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Ответ:

Задание 14. Дан закон распределения двумерной случайной величины

XY	-1	0
0	0,2	0,3
1	0,3	0,2

Найти коэффициент корреляции.

Ответ:

Задание 15. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=100$.

x_i	1	2	3	4
n_i	32	28	6	n_4

Найти моду.

Ответ:

Задание 16. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n .

x_i	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5
n_i	2	18	40	25	6	5	4

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднеквадратическое отклонение, исправленное среднеквадратическое отклонение.

Ответ:

Задание 17. Уравнение регрессии имеет вид $y_x = -0.3x + 50$. На сколько единиц своего измерения в среднем изменится Y при увеличении X на одну единицу своего измерения?

Ответ:

Задание 18. С целью анализа влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты X и числа уволившихся за год рабочих Y :

X	100	150	200	250	300
Y	60	35	20	20	15

Найти уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции.

Ответ:

Задание 19. Исследование 24 семей по среднедушевому доходу (X) и сбережениям (Y) дало результаты: $\bar{x} = 82$ ден. ед., $\sigma_x = 31$ ден. ед., $\bar{y} = 39$ ден. ед., $\sigma_y = 29$ ден. ед., $\overline{xy} = 3709$ (ден. ед.)². Определить размер сбережений семей, имеющих среднедушевой доход $X = 130$ ден. ед.

Ответ:

Задание 20. В 400 испытаниях Бернулли вероятность успеха в каждом испытании равна 0,8. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что разница между числом успехов в этих испытаниях и средним числом успехов будет меньше 20. Уточнить эту оценку с помощью приближенной формулы Муавра-Лапласа.

Ответ:

Задания для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1. В денежно – вещевой лотерее на серию в 100 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Чему равна вероятность того, что из трех купленных билетов хотя бы два окажутся выигрышным?

- а) $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$
- б) $\frac{C_{20}^2 \cdot 80 + C_{20}^3}{C_{100}^3}$
- в) $1 - \frac{C_{20}^3}{C_{100}^3}$
- г) $\frac{C_{20}^2 \cdot C_{80}^1}{C_{100}^3}$

г)
Ответ: б

Задание 2. Вероятность того, что в страховую компанию в течении года обратится с иском о возмещении ущерба первый клиент, равна 0,2. Для второго клиента вероятность такого обращения равна 0,3. Найти вероятность того, что в течении года в СК обратится хотя бы один клиент, если обращения клиентов – события независимые.

- а) 0,8;
- б) 0,56;
- в) 0,06;
- г) 0,44.

Ответ: г

Задание 3. На сборку попадают детали с двух автоматов: 80% из первого и 20% из второго. Первый автомат дает 10% брака, второй – 5% брака. Найти вероятность попадания на сборку доброкачественной детали.

- а) 0,9;
- б) 0,09;
- в) 0,91;
- г) 0,15.

Ответ: в

Задание 4. Какова вероятность того, что при 5 подбрасываниях симметричной монеты герб выпадет не более двух раз?

- а) 0,22;
- б) 0,5;
- в) 0,48;
- г) 0,3.

Ответ: б

Задание 5. Функция распределения дискретной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 0,4, & 2 < x \leq 5 \\ 0,9, & 5 < x \leq 8 \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

Найти $P(3 \leq X < 9)$.

Ответ:

Задание 6. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение смены каждый станок потребует внимания рабочего, равна 0,7. Случайная величина X – число станков, потребовавших внимания рабочего в течении смены. Найти ее дисперсию $D(X)$.

Ответ:

Задание 7. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+1)^2}{18}}$. Найти $M(2X - 1)$.

Ответ:

Задание 8. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 20$:

x_i	56	58	60	62	64
n_i	1	4	10	3	2

Проверить при уровне значимости 0,05 нулевую гипотезу $H_0 : D = 2$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы $H_1 : D \neq 2$.

Ответ:

Критерии оценки результатов тестирования:

– оценка «отлично» выставляется студенту, если он отвечает верно на 80-100% вопросов.

– оценка «хорошо», выставляется студенту, если он отвечает верно на 70-79% вопросов.

– оценка «удовлетворительно», выставляется студенту, если он отвечает верно на 60-69 % вопросов.

– оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не освоил материал темы, дает менее 60% правильных ответов.

МАТРИЦА СООТВЕТСТВИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ УРОВНЮ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Критерии оценки	Уровень сформированности компетенций
Оценка по пятибалльной системе	
«Отлично»	«Высокий уровень»
«Хорошо»	«Повышенный уровень»
«Удовлетворительно»	«Пороговый уровень»
«Неудовлетворительно»	«Не достаточный»
Оценка по системе «зачет – незачет»	
«Зачтено»	«Достаточный»
«Не зачтено»	«Не достаточный»

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Положение «О балльно-рейтинговой системе аттестации студентов»: СМК ПНД 08-01-2022, введено приказом от 28.09.2011 №371-О (<http://nsau.edu.ru/file/403>: режим доступа свободный);

2. Положение «О проведении текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ»: СМК ПНД 77-01-2022, введено в действие приказом от 03.08.2015 №268а-О (<http://nsau.edu.ru/file/104821>: режим доступа свободный).